

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ

---

## YAPI STATİĞİ-I

---

## KAYNAKLAR

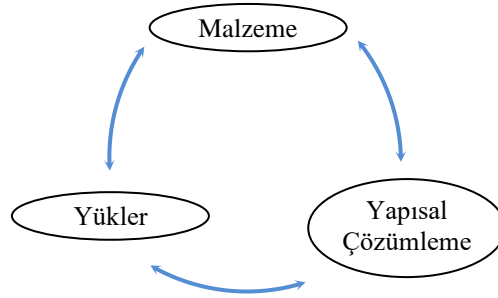
- 1- akıroğlu A., etmeli E., Yapı Statiği, Cilt I, Onuncu Baskı, Beta Basım Yayım Dağıtım A.Ő., İstanbul, 1999.
- 2- Hibbeler R. C., Yapı Statiği – SI Birim Sistemindeki Dokuzuncu Baskıdan eviri, evirenler: Soyluk K., Göltop T., Palme Yayıncılık, Ankara, 2017.
- 3- Girgin K., Aksoylu M.G., Durgun Y., Darılmaz K., Yapı Statiği - İzostatik Sistemler, özömlü Problemler, Birsen Yayınevi, 2011.
- 4- Karadoğan F., Pala S., Yüksel E., Durgun Y., Yapı Mühendisliđine GiriŐ – Yapısal özömleme, Cilt I, Birsen Yayınevi, 2011.
- 5- Aydın R., Yapı Statiği – İzostatik Sistemler – Teori ve Uygulamalar, Birsen Yayınevi, İstanbul, 2018.
- 6- Sungur İ.İ., Taşıyıcı Sistemler ve Yapı Statiği, Birsen Yayınevi, İstanbul, 2018.
- 7- Ekiz İ., Yapı Statiği I-İzostatik Sistemler, Birsen Yayınevi, 3. Baskı, İstanbul, 2008.
- 8- Can H., özömlü Örneklerle Yapı Statiği, Birsen Yayınevi, 3. Baskı, İstanbul, 1996.
- 9- Ghali A., Neville A. M., Structural Analysis, Second Edition, John Willey and Sons, New York, 1978.
- 10- Hibbeler R. C., Structural Analysis, Ninth Edition in SI units, Pearson Prentice Hall, 2014.
- 11- Kenneth M. L., Uang C. M., Gilbert A.M., Fundamentals of Structural Analysis, Third Edition, McGraw Hill, 2008.
- 12- Laursen H. I., Structural Analysis, McGraw-Hill Book Company, 1988.

## 1. GENEL BİLGİLER

Yapı mühendisliğinde amaç, farklı dış etkilere maruz yapıların yeterli emniyet ve yeterli rijitlik başta olmak üzere en estetik şekilde en ekonomik olarak boyutlandırmaktır. Bunu gerçekleştirecek yapı mühendisinin yapıya gelebilecek yükleri, yapıda kullanılan malzemeleri ve yapı sistemlerinin hesaplanmasında kullanılan yöntemleri iyi bilmesi gerekir. Bunlar tek bir başlık altında toplanamayacak kadar geniş kapsamlıdır. Yapı mühendisi;

- Yapı veya yapı sisteme etki eden yapı öz ağırlığı gibi sabit yükler ile zamana bağlı değişiklik gösteren rüzgâr, kar, deprem vb. dış etkilerin büyüklükleri, etki süreleri, oluşma sıklıkları ve birlikte etki etme olasılıklarını bilmesi
- Yapı ve yapı sistemlerinde kullanılacak olan beton, çelik, ahşap vb. yapı malzemelerinin özelliklerini, kullanım alanlarını, maruz kaldığı dış etkilere karşı dayanımlarını genel olarak avantajlarını ve dezavantajlarını bilmesi
- Yapı ve yapı sistemlerinin davranışları, hesabında kullanılan yöntemleri bilmesi, bu hesap yöntemlerinde elde edilen kesit tesirlerini yorumlayabilmesi

gerekmektedir.

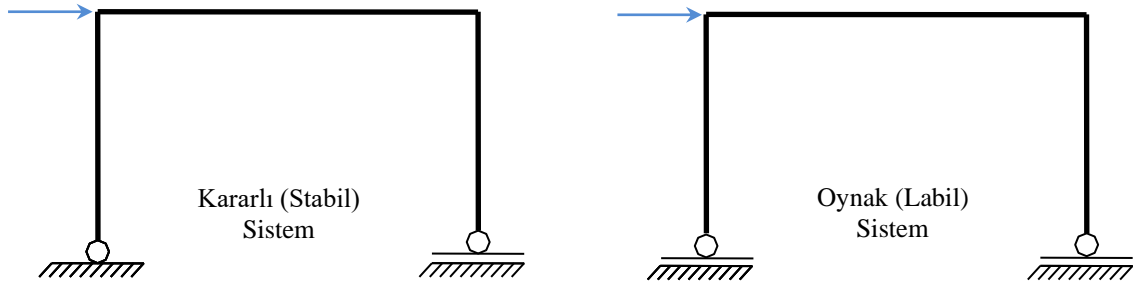


Şekil 1. Yapı Mühendisliğinin temel bilgi alanları

Prof. Dr. E. L. Wilson yapı mühendisliğini “*Özelliklerini sadece tahmin edebildiğimiz malzemeleri kullanarak, kesin biçimde saptayamadığımız dış etkilere göre, sadece yaklaşık olarak çözümleyebildiğimiz gerçek yapıları ortaya çıkarma sanatıdır.*” şeklinde tanımlamaktadır. Günümüzde gelişen teknoloji, malzeme özelliklerinin tahmini ve dış etkilerin kesin olarak belirlenme yüzdesinin artmasını sağlamıştır. Bunlara ek olarak yapı sistemlerinin çözümlenmesinde bilgisayarların kullanılması yapı davranışının ve yapıda meydana gelen etkilerin daha doğru elde edilmesine olanak sağlamıştır. Yapı mühendisliğinin tarihçesi çok eskilere dayanmakla birlikte 18. Yüzyıldan önce inşa edilen yapılarda genellikle tecrübe ve sezgisel yöntemlerden yararlanılmıştır Yapı mühendisliğinde rasyonel yöntemlerin kullanımı bu yüzyıldan sonra başladığı kabul edilmektedir (Karadoğan vd. 2011). Rasyonel

yöntemler kullanılarak yapı elemanlarında belirli yük koşulları altında meydana gelen kesit tesirlerinin hesaplanmasında kullanılan yöntemler geliştirilmiştir. Bu yöntemlerin hepsi Yapısal Çözümleme başlığı altında toplanabilir. Lisans seviyesinde Yapısal Çözümleme başlığı altında bulunan *Yapı Statiği I* ve *Yapı Statiği II* başlıkları anlatılmaktadır. *Yapı Statiği I* kapsamında izostatik sistemler *Yapı Statiği II* kapsamında ise hiperstatik sistemlerin çözümlenmesi bulunmaktadır.

Yapılarda kullanılan sistemler kararlıdır (stabildir). Yani, sistemi oluşturan elemanlar, kuvvetlerin etkisi altında birbirlerine ve mesnetlere göre rölatif durumlarını değiştirmezler. Eğer elemanlar, kuvvetlerin etkisi altında birbirlerine ve mesnetlere göre rölatif durumlarını değiştiriyorlarsa bu tür sistemlere oynak (labil) veya eksik bağlı sistemler denir. Bu sistemler yapılarda kullanılmazlar.

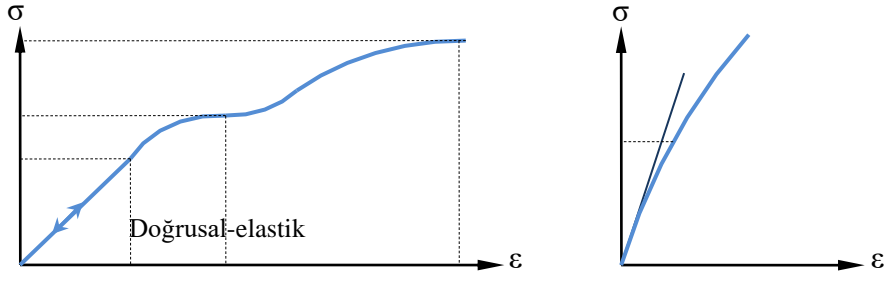


Şekil 2. Kararlı (stabil) ve oynak (labil) sistemler

Kararlı sistemler tam bağlı (izostatik) ve fazla bağlı (hiperstatik) sistemler olarak karşımıza çıkabilmektedir. Belirli bir kuvvetin tesiri altında bulunan, mesnet tepkileri ile kesit tesirleri denge denklemleri yardımıyla belirlenebilen sistemlere *izostatik sistemler* belirlenemeyen sistemlere *hiperstatik sistemler* denir.

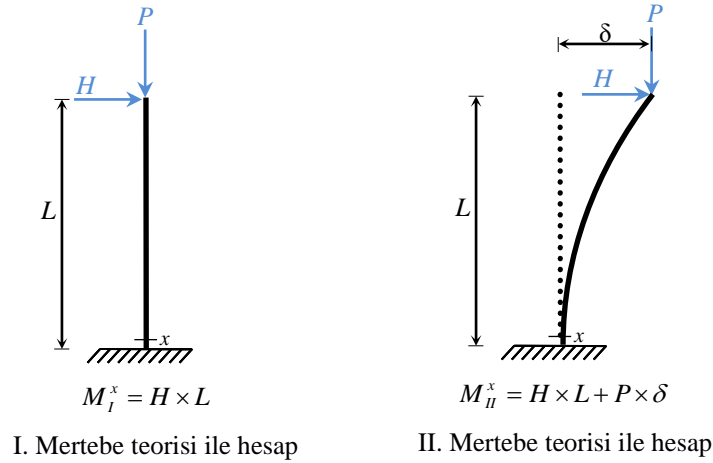
### 1.1. Yapı Statiğinde Yapılan Kabuller

- 1) Yapılarda kullanılan malzemenin doğrusal-elastik davrandığı, homojen ve izotrop olduğu kabul edilir. Birçok yapı malzemesi, belirli gerilme sınırı içerisinde doğrusal elastik olarak davranmaktadır. Genel olarak yapı elemanlarında meydana gelen gerilmelerin doğrusal bölgede kalması istenmektedir. Bu bakımdan doğrusal-elastik varsayımı büyük ölçüde doğru sayılır.



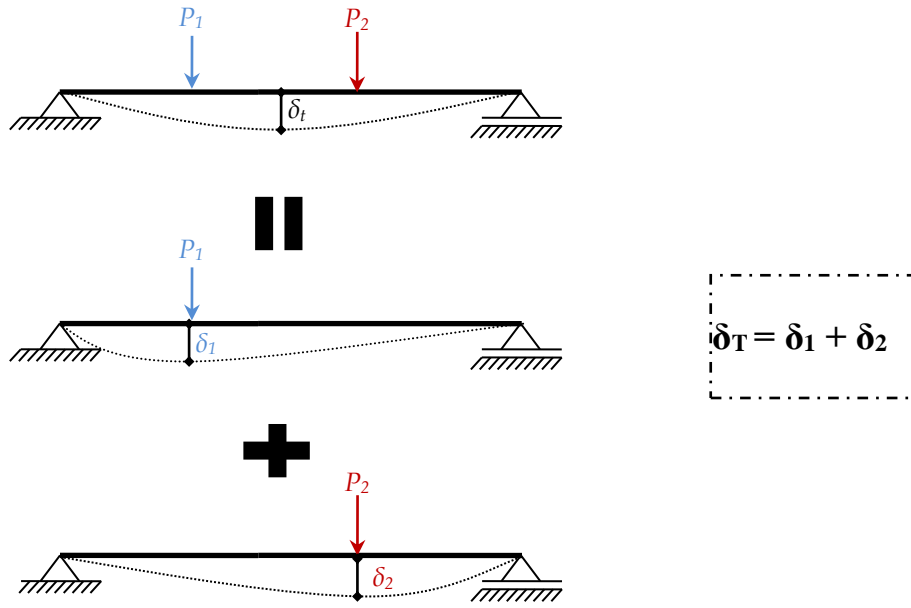
Şekil 3. Yumuşak çelik ve betonun gerilme şekil değiştirme ilişkisi

- 2) Yapı statüğünde incelenecek sistemler yüklerin şekline ve şiddetine bağlı değildir.
- 3) Dış etkilerin sistemde ortaya çıkaracağı yerdeğiştirmelerin sistemin boyutları yanında çok küçük olduğu kabul edilerek, denge denklemleri sistemin şekildeğiştirmemiş hali üzerinden yazılacaktır. Denge denklemlerinin sistemin şekildeğiştirmemiş hali üzerinde yazılması **I. Mertebe Teorisinin** kapsamındadır. Denge denklemlerinin sistemin şekildeğiştirmiş hali üzerinden yazılması ise **II. Mertebe teorisinin** kapsamındadır.



Şekil 4. I. ve II. Mertebe teorileri

Yukarıda yapılan varsayımlar sonucu süperpozisyon kuralı geçerli olmaktadır. Yani sistem üzerine etkileyen tüm dış etkilerde meydana gelen iç kuvvetler, dış etkilerden tek tek meydana gelen iç kuvvetlerin toplamına eşittir.



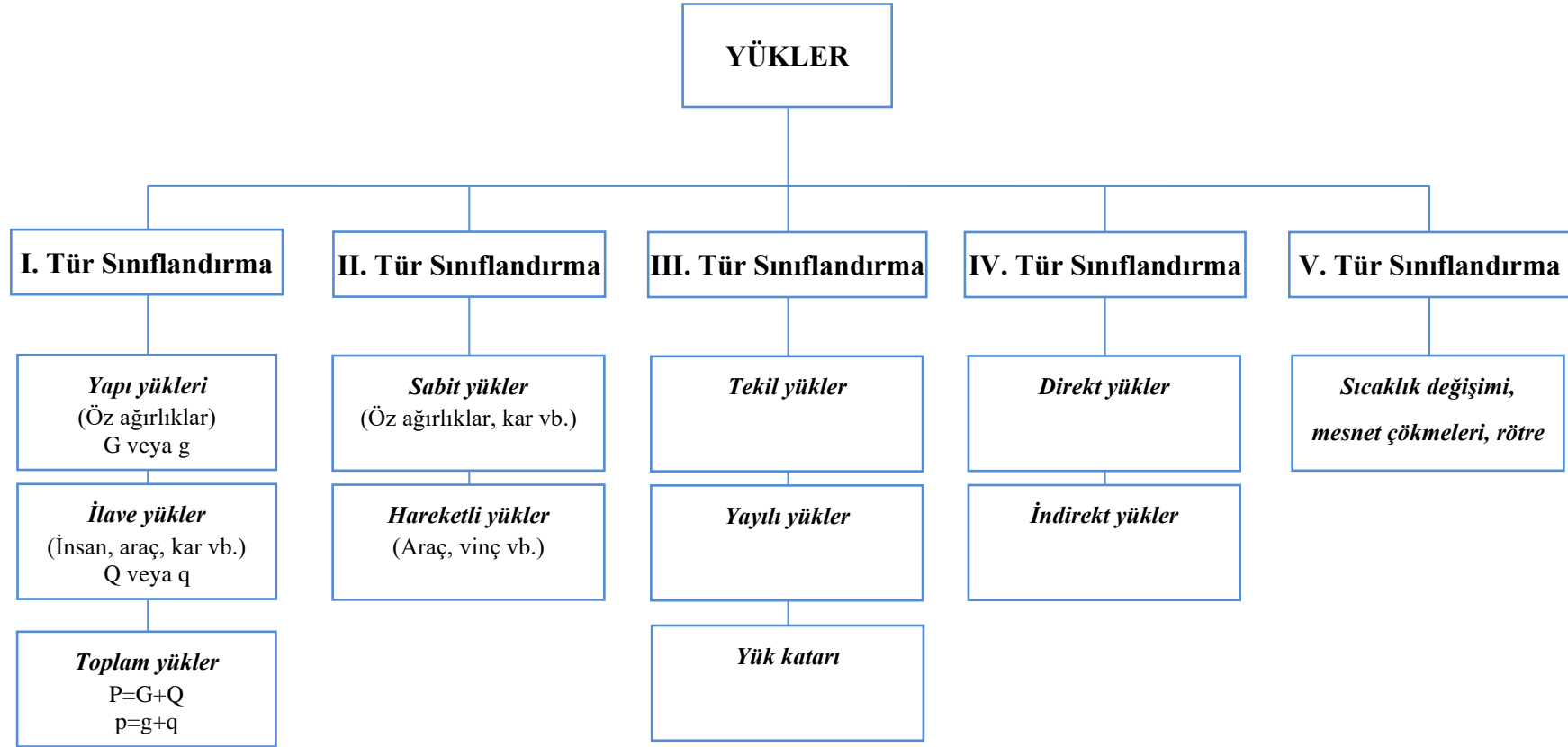
Şekil 5. Süperpozisyon ilkesi

## 1.2. Yükler

Yapı elemanlarında iç kuvvet ve/veya şekildeğiştirme meydana getiren tüm dış etkilere yük denir. Başlıca yükler arasında

- Yapının kendi özağırlığı
- Taşınması istenen yükler
- Sıcaklık değişimi
- Mesnet çökmeleri
- Deprem
- Kar, rüzgâr

sayılabilir. Yükler genel olarak Şekil 6'daki gibi sınıflandırılabilir.



Şekil 6. Yüklerin Sınıflandırılması

### 1.2.1. I. Tür Sınıflandırma

- Yapı Yükleri;** yapıya devamlı olarak etkiyen ve yapıyı oluşturan taşıyıcı ve taşıyıcı olmayan yapı elemanlarının öz ağırlıklarından oluşan yüklerdir.
- İlave Yükler;** yapı üzerinde bazen bulunan bazen de bulunmayan yapının taşımakla görevli olduğu insan, vasıta, kar, rüzgâr, deprem vb. yüklerdir.
- Toplam Yükler;** Bu yükler yapı yükleri ile ilave yüklerin toplamına eşittir.

### 1.2.2. II. Tür Sınıflandırma

- Sabit Yükler;** yapı üzerinde hareket etmeyen, konumu sabit kalan yüklerdir (yapının kendi ağırlığı, kar vb.)
- Hareketli Yükler;** yapı üzerinde hareket eden, konumu değişen yüklerdir (insan, vasıta vb.).

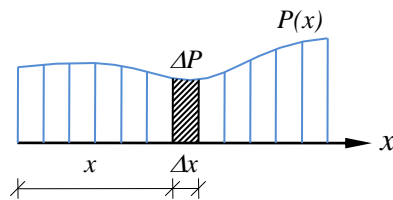
### 1.2.3. III. Tür Sınıflandırma

- Tekil Yükler;** Sonsuz küçük bir uzunluğa veya bir noktaya etkiyen yüklerdir. Çok küçük alana yayılan tekerlek yükü tekil yük olarak dikkate alınabilir.



Şekil 7. Tekil yük

- Yayılı Yükler;** Sonlu bir uzunluğa veya alana etkiyen yüklerdir. Kiriş öz ağırlığının açıklık boyunca etkisi örnek olarak verilebilir. Yayılı yükün şematik şekli olarak Şekil 8 verilmiştir. Yayılı yükler kendi içerisinde düzgün, üçgen, trapez ve parabol yükler olarak ayrılabilir.



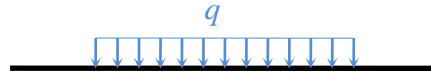
Şekil 7. Yayılı yük



$\Delta P$ ,  $\Delta x$  uzunluğa etkileyen yük,  $P(x)$  ise yayılı yükün şiddetidir. Buradan  $P(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta x}$  şeklinde elde edilir.

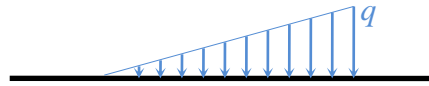
### Özel Yayılı Yükler;

b1) **Düzgün Yayılı Yük**; şiddeti sabit olan yayılı yüklerdir (Şekil 8).



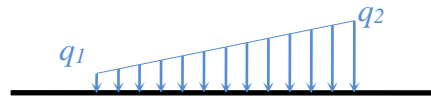
Şekil 8. Düzgün yayılı yük

b2) **Üçgen Yayılı Yük**; başlangıç noktasındaki şiddeti sıfır bitiş noktasındaki şiddeti  $q$  olan ve iki ucu doğrusal olan yayılı yüküdür (Şekil 9).



Şekil 9. Üçgen yayılı yük

b3) **Trapez (Yamuk) Yayılı Yük**; başlangıç ve bitiş noktasındaki şiddetleri sıfırdan farklı ve iki nokta arasında şiddeti lineer olarak değişen yüküdür (Şekil 10).



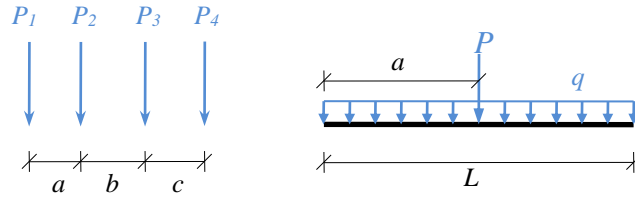
Şekil 9. Trapez (Yamuk) yayılı yük

b4) **Parabol Yayılı Yük**; şiddeti parabolik olarak değişen yüküdür (Şekil 11).



Şekil 10. Parabol yayılı yük

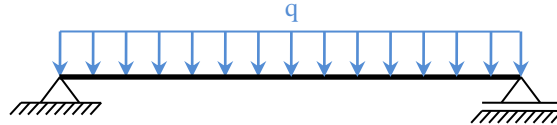
- c) **Yük Katarı;** Şiddetleri ve ara uzaklıkları sabit tekil ve yayılı yüklerden meydana gelen yük grubudur. (Şekil 11).



Şekil 11. Yük katarı

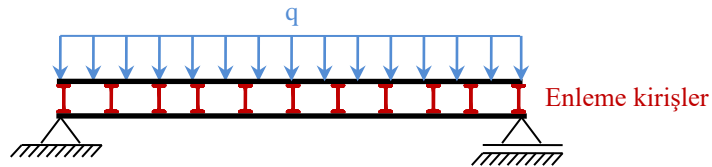
#### 1.2.4. IV. Tür Sınıflandırma

- a) **Direkt Yükler;** Sistemin üzerine doğrudan etkiyen yüklerdir.



Şekil 12. Direkt yükleme

- b) **Endirekt Yükler;** Sistemin üzerine dolaylı etkiyen yüklerdir (Şekil 12).



Şekil 13. İndirekt yükleme

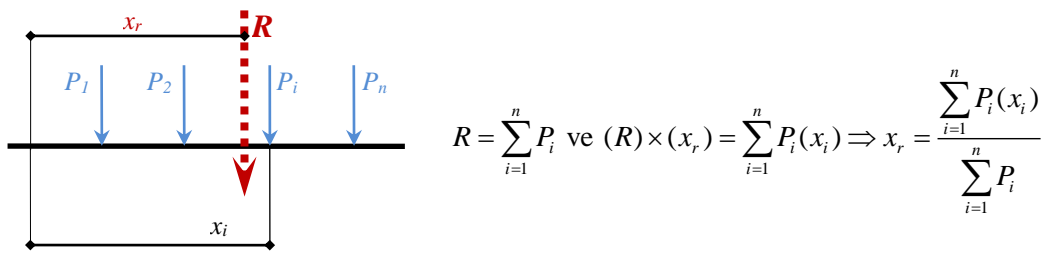
#### 1.2.5. V. Tür Sınıflandırma

Sıcaklık değişimi, rötre, mesnet çökmeleri bu yük sınıflandırma içinde bulunmaktadır. Bu yükler izostatik sistemlerde şekildeğiştirme meydana getirir fakat iç kuvvet meydana getirmezler. Hiperstatik sistemler fazla bağlı sistemler olduklarında bu tür yükler bu sistemlerde hem şekil değiştirme hem de iç kuvvet oluşmasına neden olur.

### 1.3. Bileşke Kuvvet

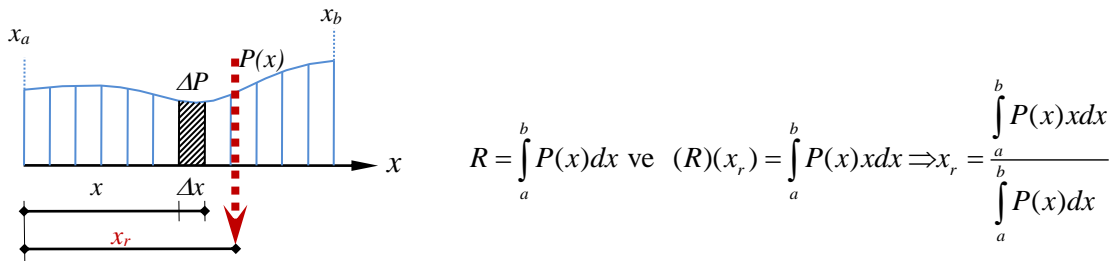
Sonlu sayıdaki kuvvetin tümünü temsil edecek olan kuvvete bileşke kuvvet denir. Bileşke kuvvet tüm kuvvetlerin ayrı ayrı vektörel olarak toplanmasıyla elde edilir. Bileşke kuvvetin herhangi bir noktaya göre statik momenti, kuvvetlerin aynı noktaya göre statik momentlerinin toplamına eşittir.

#### 1.3.1. Paralel Tekil Kuvvetlerin Bileşkesi



Şekil 14. Paralel tekil kuvvetlerin bileşkesi

#### 1.3.2. Yayılı Yüklerin Bileşkesi

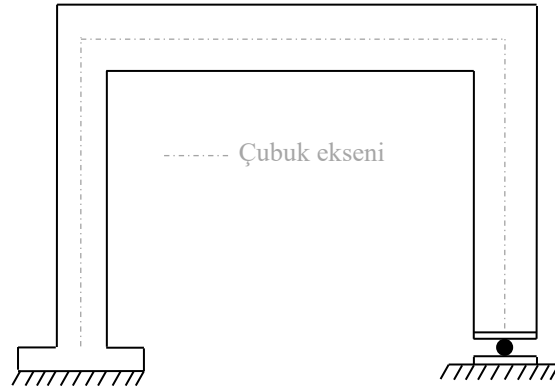


Şekil 15. Yayılı yüklerin bileşkesi

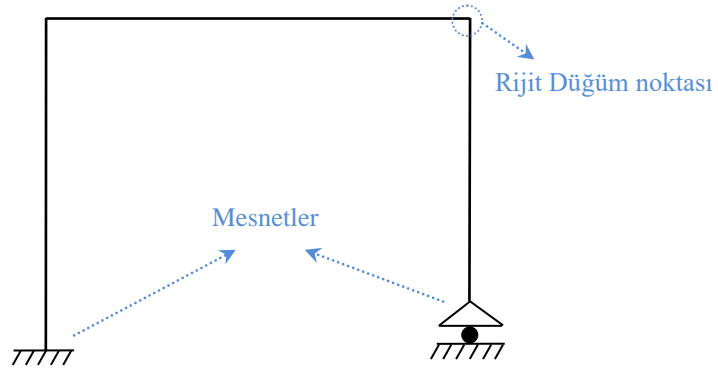
## 1.4. Yapı Sistemleri İçin Bazı Tanımlar

### 1.4.1. Çubuk Ekseni ve Düğüm Noktası

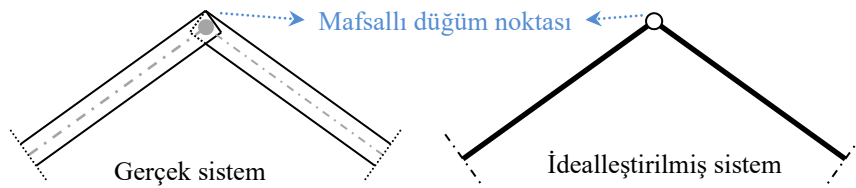
Çubuk elemanın uzunluğu boyunca ağırlık merkezinden geçtiği varsayılan eksendir. Düğüm noktası çubuk elemanların birbirleri ile birleştiği bölgelerdir. Düğüm noktaları rijit ve mafsallı olarak ikiye ayrılmaktadır.



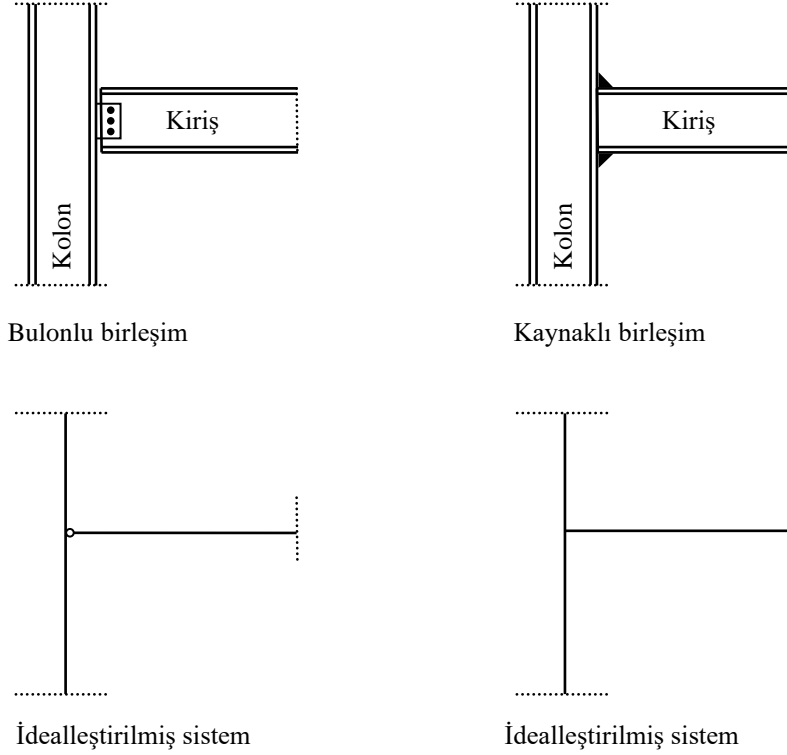
Şekil 16. Gerçek sistem



Şekil 17. İdealleştirilmiş sistem



Şekil 18. Mafsallı birleşim



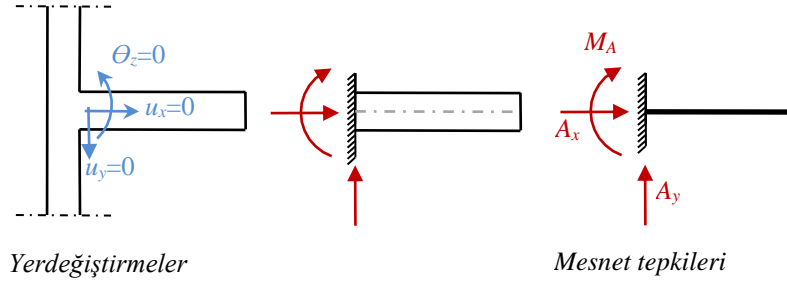
Şekil 19. Çelik elemanlarda birleşim

## 1.4.2. Mesnetler

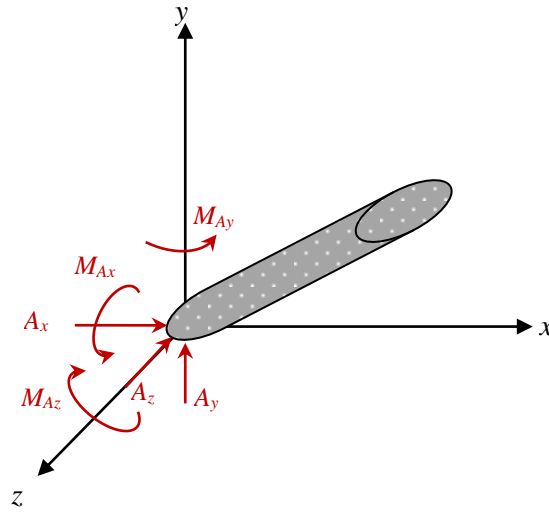
Çeşitli elemanların birlikte kullanılmasıyla oluşturulan, yapı elemanlarından aktarılan yükleri bağlantılı olduğu ortama güvenli şekilde aktaran elemanlardır. Mesnetler dış ortamlara bağlanma biçimlerine göre çeşitli tiplere ayrılmaktadır. Mesnet tipleri yapının iç kuvvetleri ve şekildeğiştirmeleri üzerinde etkili olmaktadır.

### 1.4.2.1. Ankastre Mesnet

Taşıyıcı bir elmanı sonsuz rijit bir ortama veya başka bir taşıyıcı sisteme hiç yerdeğiştirme yapmayacak şekilde bağlayan mesnetlere denir. Bu mesnet türünde  $u_x$ ,  $u_y$  yerdeğiştirmeleri ile  $\Theta_z$  açısız yerdeğiştirme, yani dönme, sıfırdır (Şekil 20 ve 21).



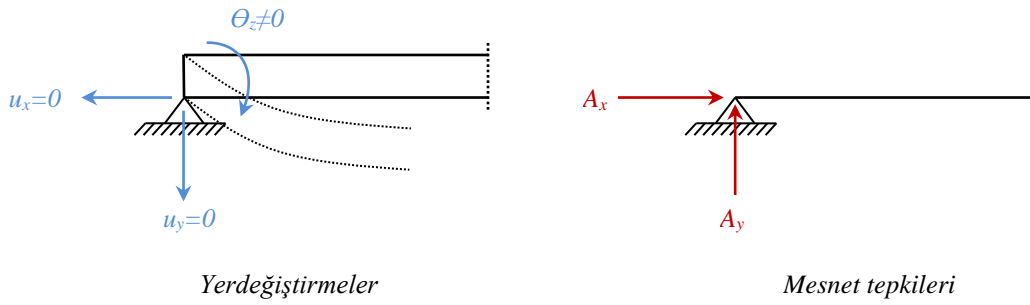
Şekil 20. Düzlem sistemlerde ankastre mesnet



Şekil 21. Üç boyutlu sistemlerde ankastre mesnet

#### 1.4.2.2. Sabit Mesnet

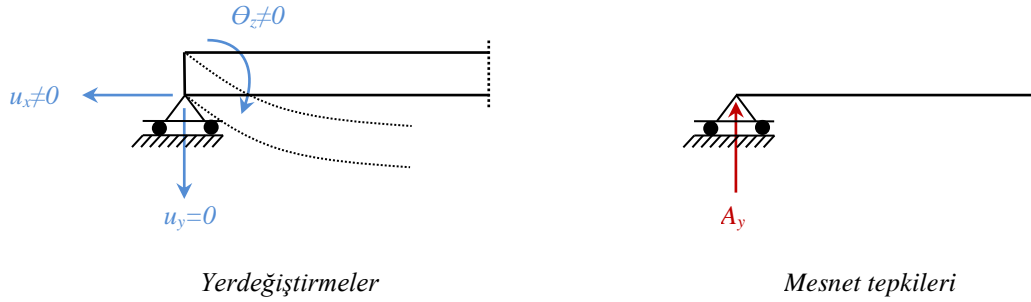
Yapı elemanını dış ortama serbestçe dönebilecek fakat yatay ve düşey doğrultuda hareket etmeyecek şekilde bağlayan mesnettir.



Şekil 22. Düzlem sistemlerde sabit mesnet

### 1.4.2.3. Hareketli (Kayıcı) Mesnet

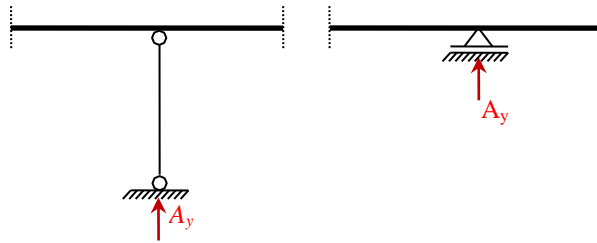
Yapı elemanını dış ortama dış ortama serbestçe dönebilecek ve bir doğrultuda serbestçe hareket edebilecek şekilde bağlayan mesnettir.



Şekil 23. Düzlem sistemlerde hareketli (kayıcı) mesnet

### 1.4.2.4. Pandül Ayak

Üzerine herhangi bir kuvvet etkimeyen sadece basınç ya da çekmeye çalışan iki ucu mafsallı doğru eksenli çubuklara pandül ayak denir (Şekil 24).

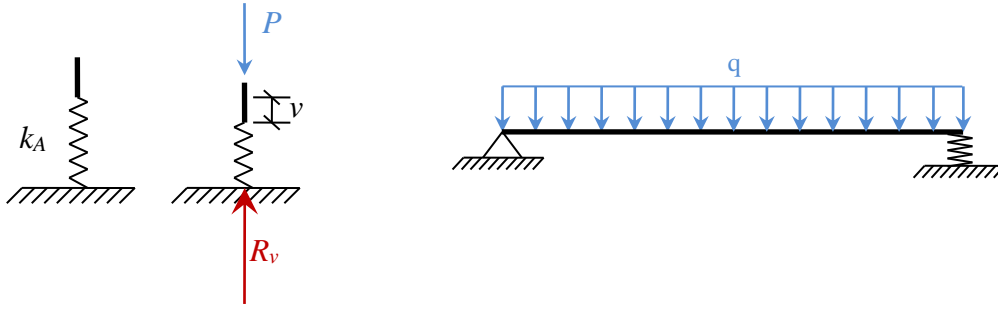


Şekil 24. Pandül ayak

### 1.4.2.5. Elastik Mesnetler

#### 1.4.2.5.1. Elastik Çöken Mesnetler

Yapı elemanını dış ortama (zemine) belirli bir miktar çökebilecek şekilde fakat diğer doğrultuda hareket etmeyecek ve dönme yapmayacak şekilde bağlayan mesnetlerdir. Bu mesnetler yalnız çubuk eksenli doğrultusunda sınırlı reaksiyon veren ve kuvvetin etki yönünde elastik şekil değiştirebilen mesnetlerdir. Sağlam temele oturmeyen temeller bu tür temel olarak dikkate alınabilir.



Şekil 25. Elastik çöken mesnet

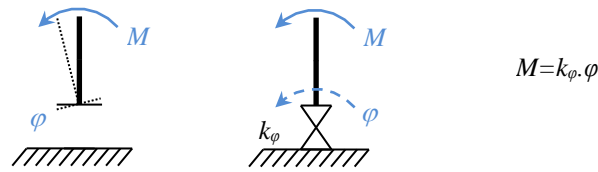
Burada  $k_A$  yay katsayısı ya da mesnet redörü olarak adlandırılmaktadır. Bu terim bir birimlik çökme için gerekli kuvvet olarak tanımlanmaktadır.  $v$  ise  $P$  kuvvetinin etkisiyle yayda meydana gelen kısalmayı göstermektedir ve

$$v = \frac{P}{k_A} = \frac{R_v}{k_A}$$

şeklinde hesaplanmaktadır.

#### 1.4.2.5.2. Elastik Dönen Mesnetler

Bu tip mesnetlerin eleman eksenine dik ve paralel doğrultulardaki yerdeğiştirmeleri sıfırdır. Fakat eleman moment etkisinde kaldığında dönmektedir. Elastik çöken mesnetlerde olduğu gibi bu mesnet tipinde de elastik şekildeğiştirme meydana gelmektedir. Bu mesnette meydana gelen şekil değiştirme dönme olarak oluşmaktadır.

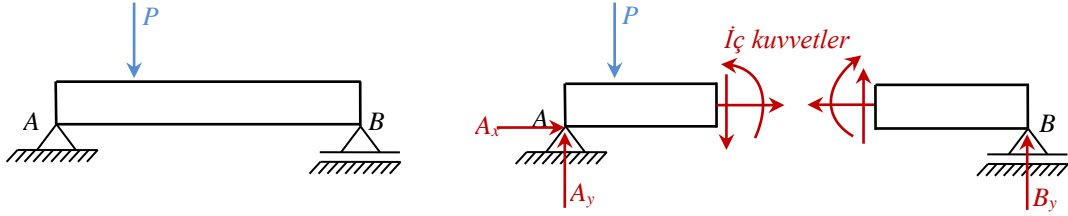


Şekil 26. Elastik dönen mesnet



## 1.5. Serbest Cisim

Serbest cisim dış kuvvete maruz sistemin tamamı veya herhangi bir parçasıdır (Şekil 27). Aşağıdaki şekilde  $A_x$ ,  $A_y$  ve  $B_y$  mesnet tepkilerini göstermektedir. Mesnet tepkisi sistemin mesnetlerinde dış kuvvetlerden ötürü meydana gelen kuvvetlerdir. Dış yükler ve mesnet tepkilerinin etkisi altında dengede olan bir çubuk sistem, herhangi bir noktasında kesilir ve ikiye ayrılırsa bu parçalarda iç kuvvetlerin etkisiyle dengededir. Sistemde dış kuvvetlerden ötürü meydana gelen iç kuvvetlerinin hesaplanabilmesi için ilk olarak mesnet tepkilerinin belirlenmesi gerekmektedir.



Şekil 27. Serbest cisimler

## 1.6. Denge Denklemi

### 1.6.1. Düzlem Sistemlerde Denge Denklemi

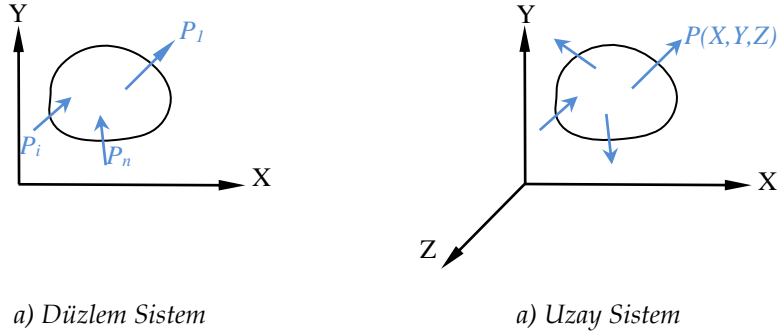
Düzlem sistemlerde, rijit cisim yatay (X) ve düşey (Y) doğrultudaki kuvvetlerin etkisinde bulunmaktadır. Böyle bir sistemin dengede olabilmesi için;

- Sisteme etkiyen kuvvetlerin X-ekseni üzerindeki izdüşümlerinin toplamı sıfırdır ( $\sum X = 0$ ).
- Sisteme etkiyen kuvvetlerin Y-ekseni üzerindeki izdüşümlerinin toplamı sıfırdır ( $\sum Y = 0$ ).
- Sisteme etkiyen kuvvetlerin düzlem içindeki herhangi bir noktaya göre statik momentlerinin toplamı sıfırdır ( $\sum M = 0$ ).

## 1.6.2. Uzay Sistemlerde Denge Denklemi

Uzay sistemlerde, rijit cisim X, Y ve Z doğrultudaki kuvvetlerin etkisinde bulunmaktadır. Böyle bir sistemin dengede olabilmesi için;

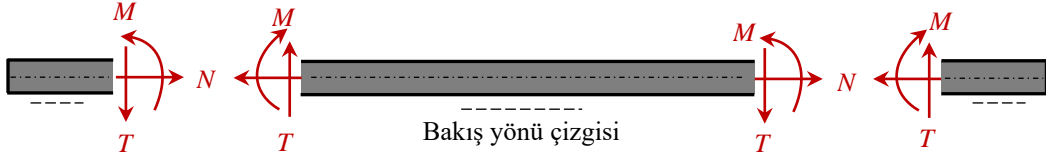
- Sisteme etkiyen kuvvetlerin X-ekseni üzerindeki izdüşümlerinin toplamı sıfırdır ( $\sum X = 0$ ).
- Sisteme etkiyen kuvvetlerin Y-ekseni üzerindeki izdüşümlerinin toplamı sıfırdır ( $\sum Y = 0$ ).
- Sisteme etkiyen kuvvetlerin Z-ekseni üzerindeki izdüşümlerinin toplamı sıfırdır ( $\sum Z = 0$ ).
- Sisteme etkiyen kuvvetlerin düzlem içindeki herhangi bir noktaya göre statik momentlerinin X, Y, Z eksenleri üzerindeki izdüşümlerinin toplamı sıfırdır. ( $\sum M_x = 0, \sum M_y = 0, \sum M_z = 0$ ).



Şekil 28. Düzlem ve uzay sistemler

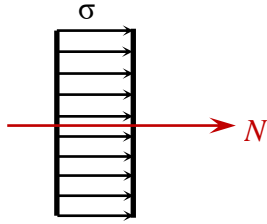
## 1.7. Kesit Tesirleri

Bir cismin herhangi bir noktasına ya da noktalarına etkiyen bir kuvvet sadece etki ettiği noktalarda değil sistemin tüm noktalarında iç kuvvet oluşturur. Düzlem sistemlerde meydana gelen kesit tesirleri, *normal kuvvet*, *kesme kuvveti* ve *eğilme momenti*dir. Çubuk eksenini doğrultusunda meydana gelen kesit tesirine *normal kuvvet ya da aksenal kuvvet (N)*, çubuk eksenine dik doğrultuda meydana gelen kesit tesirine *kesme kuvveti (T ya da V)* denir. Çubukta eğilme oluşturacak kesit tesirine ise *eğilme momenti (M)* denir. Kesit tesirleri için dikkate alınan pozitif yönler Şekil 29'da görülmektedir.

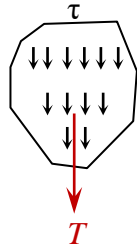


Şekil 29. Düzlem sistemde kesit tesirleri için pozitif yönler

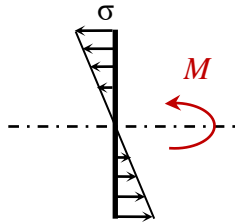
**Normal Kuvvet:** Kesitteki normal gerilmelerin toplamıdır.



**Kesme Kuvveti:** Kesitteki kayma gerilmelerinin toplamıdır.

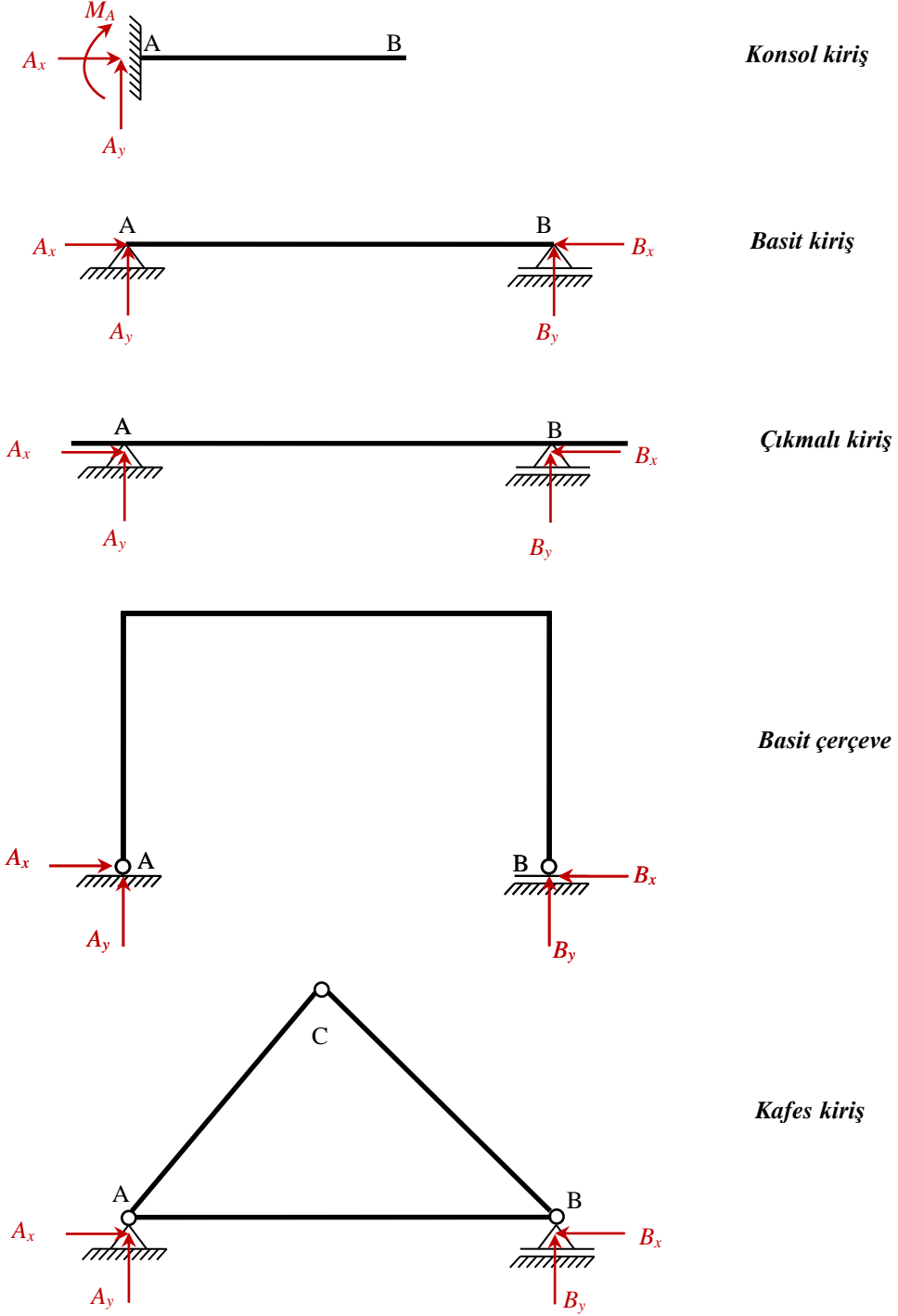


**Eğilme Momenti:** Kesite etkiyen normal gerilmelerin kesit ağırlık merkezinden geçen ve sistem düzlemine dik olan eksene göre statik momentlerinin toplamıdır.

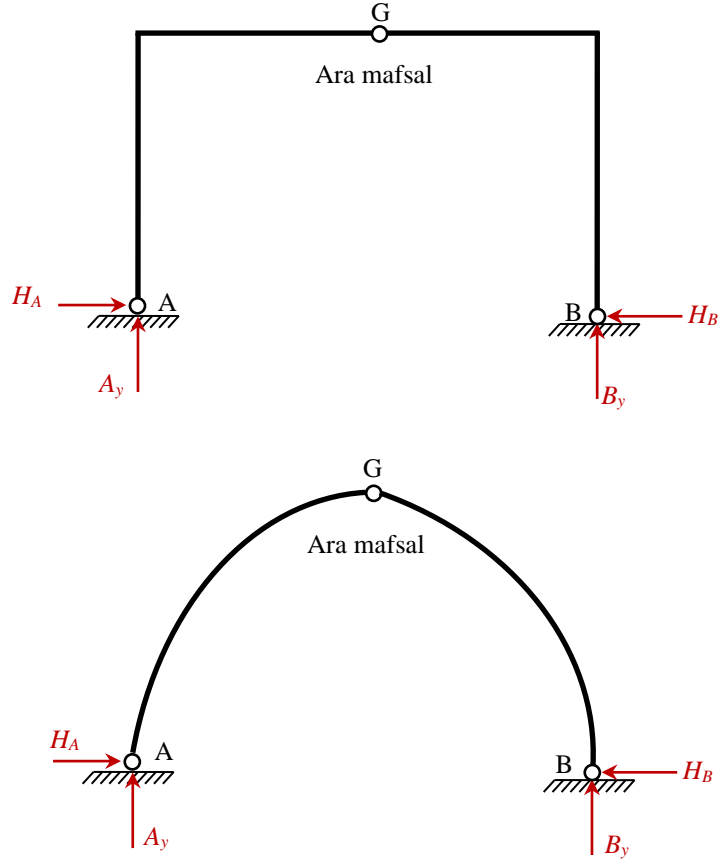


## 2. İZOSTATİK SİSTEMLER

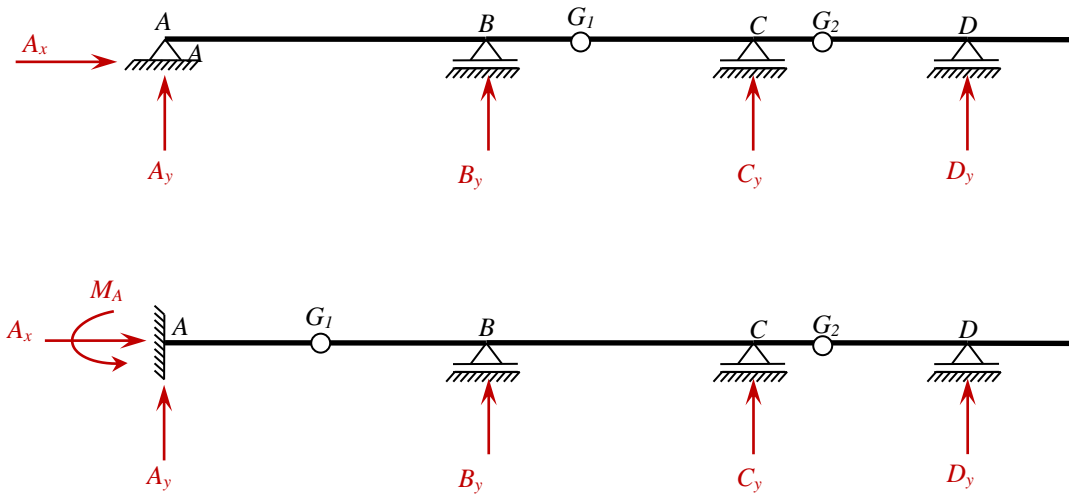
Dış etkiler sonucunda yapı sisteminde bulunan mesnetlerde meydana gelen tepkiler denge denklemleri kullanılarak hesaplanabiliyorsa bu sisteme izostatik ya da tam bağlı sistem olarak adlandırılmaktadır.



Şekil 29. Basit izostatik sistemler



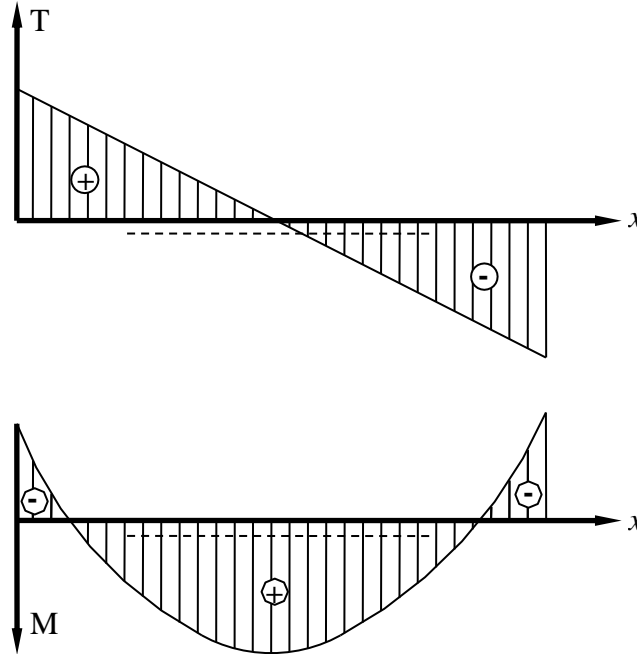
Şekil 29. Ara masfallı izostatik sistemler



Şekil 30. Gerber kirişler

## 2.1. Kesit Tesirleri Diyagramları

Yapı sistemi üzerinde bulunan yüklerden dolayı yapı elemanlarında meydana gelen kesit tesirlerinin yapı sistemini oluşturan elemanları eksenini boyunca değişimini gösteren grafiklere *kesit tesiri diyagramı* denir. Kesit tesiri diyagramlarını belirlemek için yapı sisteminde gerekli sayıda kesim işlemi yapılması gerekebilir. Kesit tesirleri diyagramları belirli bir ölçekte çizilir ve diyagramlar çubuk eksenine dik taranıp işareti ve kesit tesirlerinin değerleri üzerine yazılır. Genel olarak, düzlem sistemlere ait kesit tesir diyagramları çizilirken; kesme ve normal kuvvetlerinin pozitif yönleri bakış yönü tersi tarafına doğru, eğilme momentleri pozitif yönü ise bakış yönü tarafına alınmaktadır.



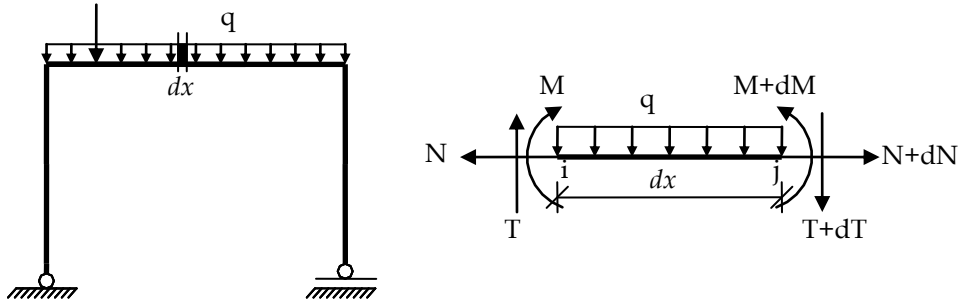
Şekil 31. Kesit tesiri diyagramları

Kesit tesir diyagramlarının çiziminde izlenen yol aşağıda sıralanmıştır:

- 1- Sisteme bir bakış yönü belirlenir.
- 2- Mesnet tepkileri denge denklemleri yardımıyla hesaplanır.
- 3- Kesit tesirleri hesaplanacak noktadan kesim yapılarak sistem iki parçaya ayrılır. Bu parçalardan uygun olanı üzerinden hesaplar yapılır.
- 4- Seçilen her bir parça için denge denklemleri yazılarak kesit tesirleri bulunur.
- 5- Kesit tesirleri; çubuk eksenlerine dik doğrultuda ve ölçekli olarak çizilir.

### Yük, Kesme Kuvveti ve Eğilme Momenti Arasındaki Bağlıntılar

Şekil 30 ile verilen izostatik bir sistemde  $dx$  uzunluğunda bir parça alınır ve denge konumunun elde edilebilmesi için kesit tesirleri bu parçanın uçlarına yerleştirilirler. Bu parça üzerinden denge denklemleri yazılır.



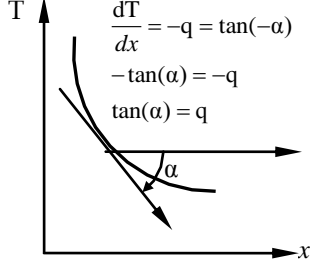
Şekil 30

Denge denklemleri:

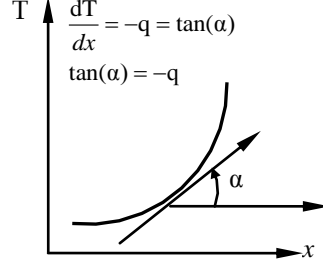
- $\sum \vec{F}_x = 0 \Rightarrow -N + (N + dN) = 0 \Rightarrow dN = 0$  (Eksenel doğrultuda kuvvet yoksa)
- $\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow T - qdx - (T + dT) = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -q$
- $\sum M_j = 0 \Rightarrow M + Tdx - (M + dM) - \underbrace{qdx \frac{dx}{2}}_{\text{ihmal edilir}} = 0 \Rightarrow \frac{dM}{dx} = T$

Denge denklemleri ile elde edilen bu üç bağıntıdan aşağıdaki sonuçlar çıkarılabilir:

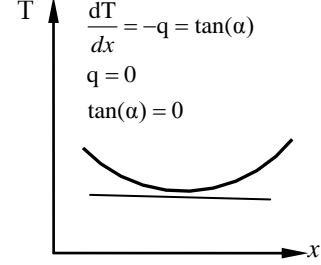
- 1- Sistemin herhangi bir noktasındaki kesme kuvveti diyagramı eğiminin ters işareti o noktadaki yükün şiddetini verir.



$q > 0$  ise, kesme kuvveti diyagramı sağa doğru alçalır.

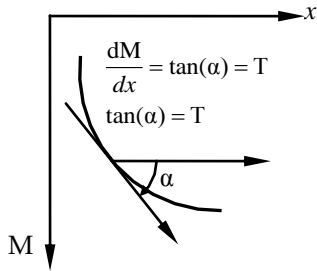


$q < 0$  ise, kesme kuvveti diyagramı sağa doğru yükselir.

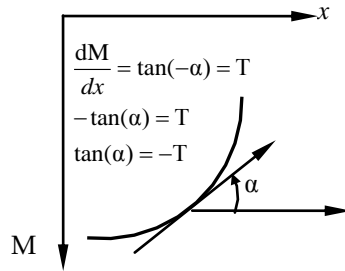


$q = 0$  ise, kesme kuvveti diyagramının teğeti  $x$ -eksenine paraleldir.

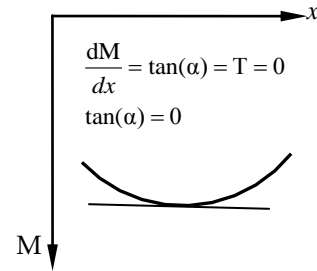
- 2- Eğilme momenti diyagramının herhangi bir noktasındaki teğetin eğimi kesme kuvvetini verir.



$T > 0$  ise, eğilme momenti diyagramı sağa doğru alçalır.



$T < 0$  ise, eğilme momenti diyagramı sağa doğru yükselir.

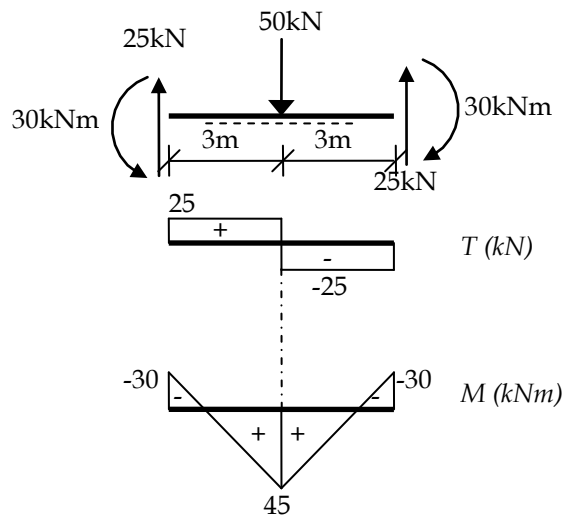


$T = 0$  ise, eğilme momenti diyagramının teğeti  $x$ -eksenine paralel olur.

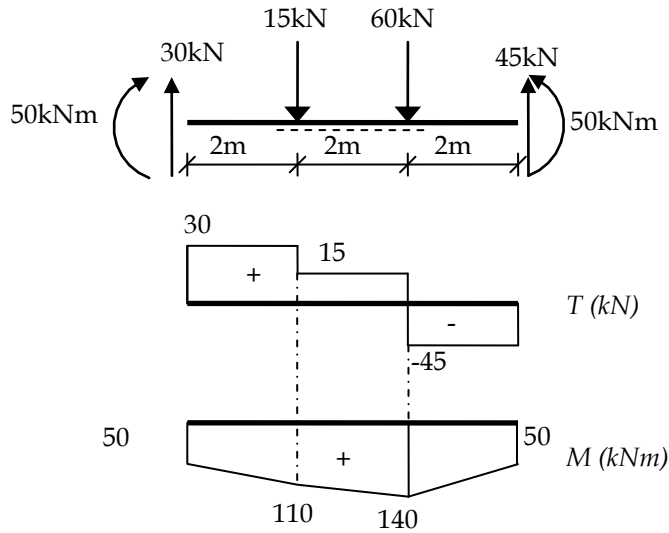


## Yük, Kesme Kuvveti ve Eğilme Momenti İlişki Örnekleri

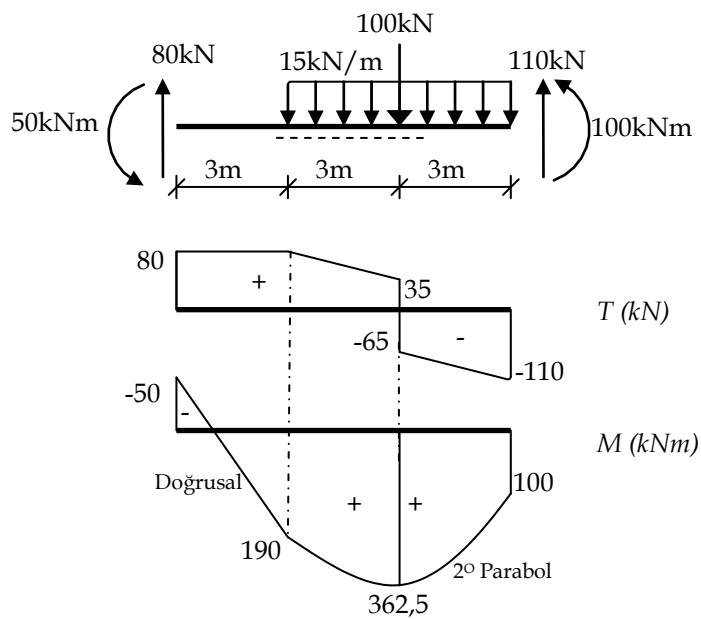
Örnek 1:



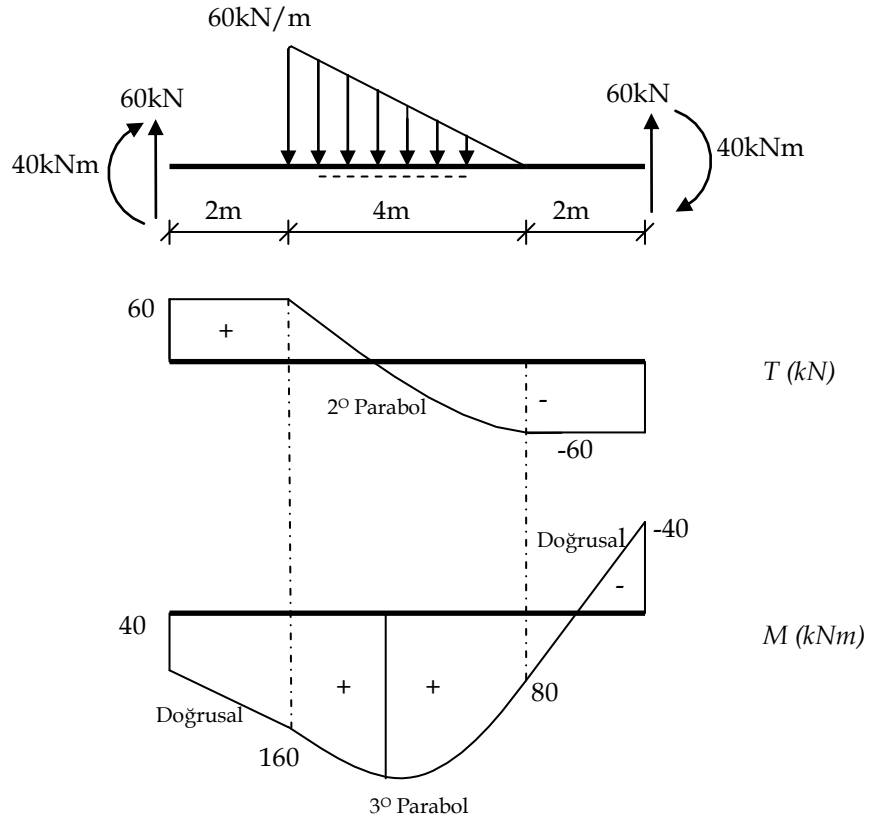
Örnek 2:



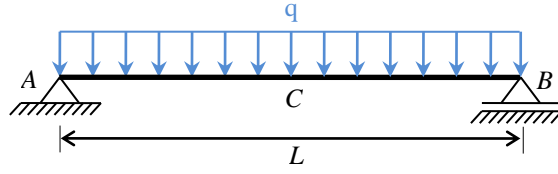
Örnek 3:



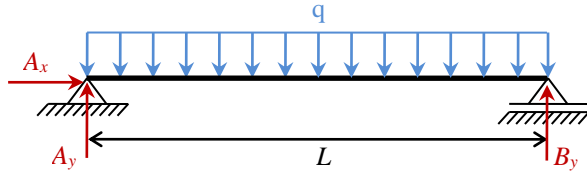
Örnek 4:



**Uygulama:** Şekilde görülen yayılı yük etkisindeki basit kirişin kesit tesirlerini belirleyiniz.



**Çözüm:**

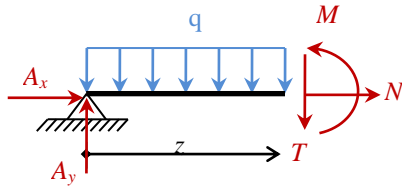


$$(0 \leq z \leq L)$$

$$\sum \vec{X} = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$\sum \vec{M}_A = 0 \Rightarrow B_y \times L - q \times L \times \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow B_y = \frac{qL}{2}$$

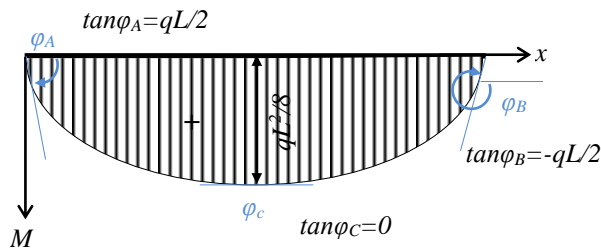
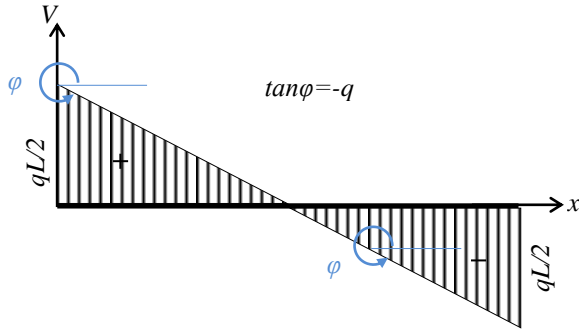
$$\sum \vec{M}_B = 0 \Rightarrow A_y \times L - q \times L \times \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow A_y = \frac{qL}{2}$$



$$\sum \vec{X} = 0 \Rightarrow A_x + N_x = 0 \Rightarrow N_x = 0$$

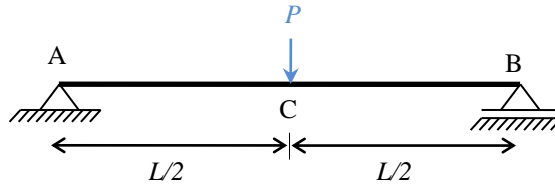
$$\uparrow \sum Y = 0 \Rightarrow A_y - T_x - q \times z = 0 \Rightarrow T_x = \frac{qL}{2} - qz$$

$$\sum \vec{M}_x = 0 \Rightarrow M_x - A_y \times z + q \times z \times \frac{z}{2} = 0 \Rightarrow M_x = \frac{qL}{2}z - \frac{qz^2}{2}$$

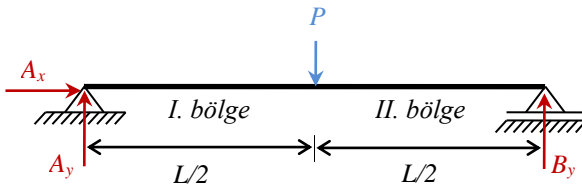


- Kesme kuvveti fonksiyonunun türevinin (-) işaretlisi yayılı yükün şiddetine eşittir.
- Eğilme momenti fonksiyonunun türevi kesme kuvvetine eşittir.
- Kesme kuvveti diyagramının sıfır olduğu noktalarda eğilme momenti diyagramı ekstremumdan (maks. ve min.) geçer.
- Eğilme momenti diyagramındaki iki ardışık noktanın farkı, aynı iki noktadaki kesme kuvveti diyagramının alanına eşittir.

**Uygulama:** Şekilde görülen tekil yük etkisindeki basit kirişin kesit tesirlerini belirleyiniz.



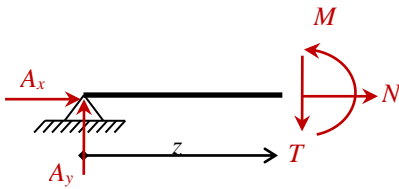
**Çözüm:**



$$\sum \vec{X} = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$\sum \vec{M}_A = 0 \Rightarrow B_y \times L - P \times \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow B_y = \frac{P}{2}$$

$$\sum \vec{M}_B = 0 \Rightarrow A_y \times L - P \times \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow A_y = \frac{P}{2}$$

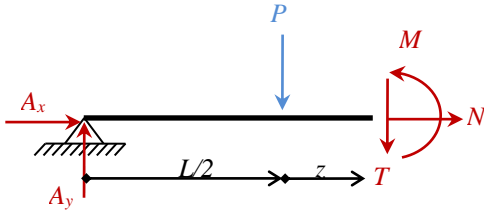


I. bölge (0 < z < L/2)

$$\sum \vec{X} = 0 \Rightarrow A_x + N_x = 0 \Rightarrow N_x = 0$$

$$\uparrow \sum Y = 0 \Rightarrow A_y - T_x = 0 \Rightarrow T_x = \frac{P}{2}$$

$$\sum \vec{M}_x = 0 \Rightarrow M_x - A_y \times z = 0 \Rightarrow M_x = \frac{P}{2} z$$

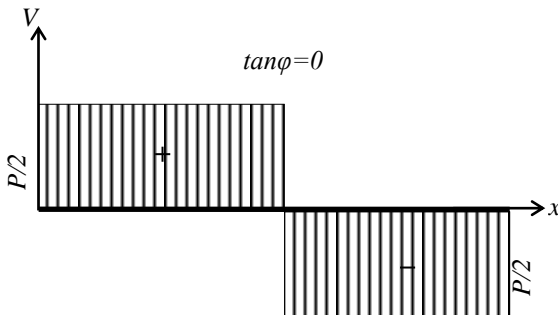


II. bölge (L/2 < z < L)

$$\sum \vec{X} = 0 \Rightarrow A_x + N_x = 0 \Rightarrow N_x = 0$$

$$\uparrow \sum Y = 0 \Rightarrow A_y - P - T_x = 0 \Rightarrow T_x = -\frac{P}{2}$$

$$\sum \vec{M}_x = 0 \Rightarrow M_x - A_y \times \left(\frac{L}{2} + z\right) + Pz = 0 \Rightarrow M_x = \frac{PL}{4} - \frac{P}{2} z$$

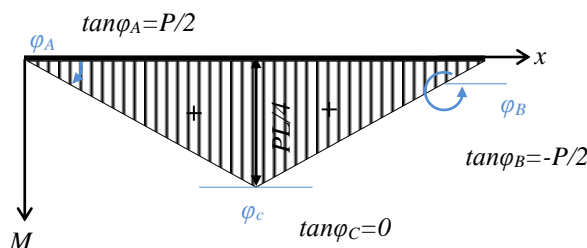


• C noktasında kesme kuvvetlerinin mutlak değerlerinin toplamı o noktaya etkiyen dış yüke eşittir.

• Eğilme momenti fonksiyonunun türevi kesme kuvvetine eşittir.

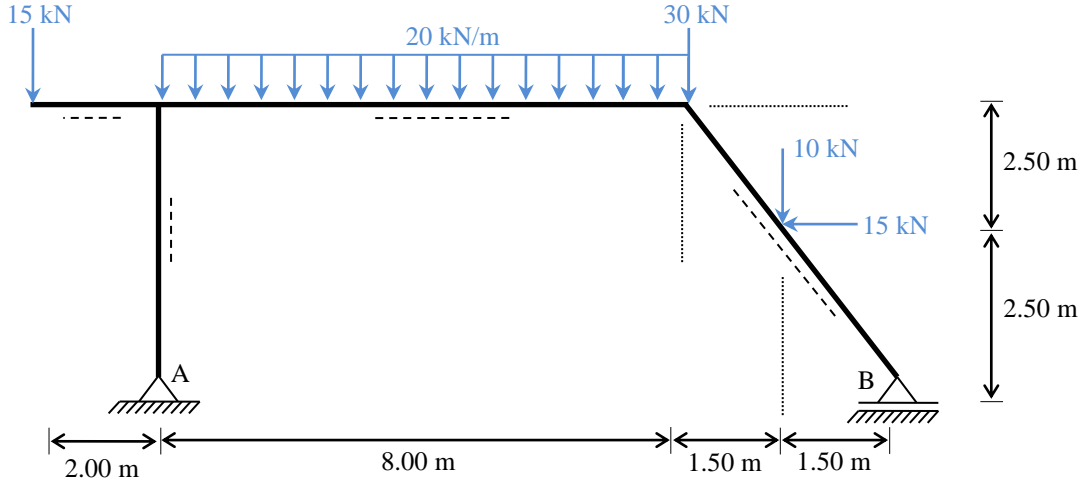
• Kesme kuvveti diyagramının sıfır olduğu noktalarda eğilme momenti diyagramı ekstremumdan (maks. Ve min.) geçer.

• Eğilme momenti diyagramındaki iki ardışık noktanın farkı, aynı iki noktadaki kesme kuvveti diyagramının alanına eşittir.



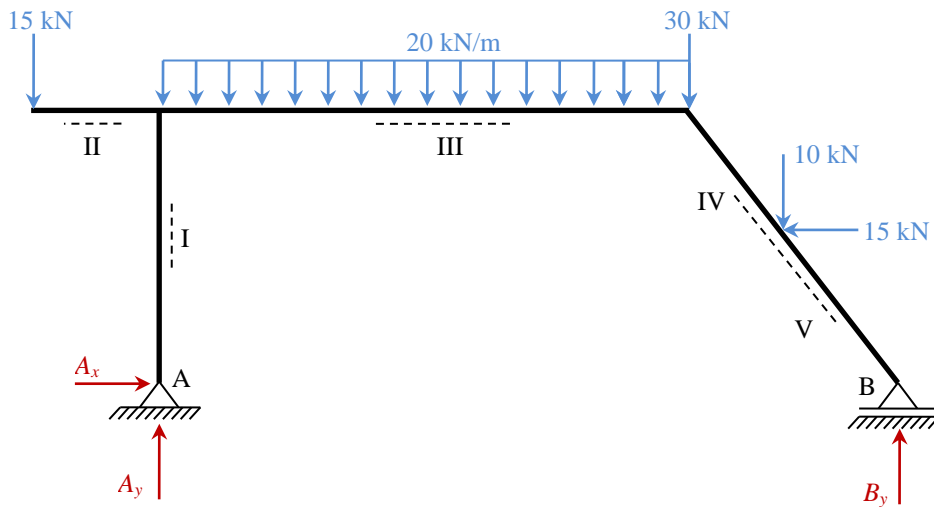
## Cözümlü Örnekler

**Örnek 1:** Aşağıda verilen sistemin elemanlarında meydana gelen kesit tesirlerini hesaplayarak  $M$ ,  $N$  ve  $T$  diyagramlarını çiziniz.



**Çözüm 1:** Verilen sistemin kesit tesirlerini ve kesit diyagramlarını belirlemek için ilk olarak A ve B mesnetlerinde meydana gelen tepkiler hesaplanmalıdır.

### 1. Mesnet Tepkilerinin Belirlenmesi



$$\sum \vec{X} = 0 \Rightarrow A_x - 15 = 0 \Rightarrow A_x = 15 \text{ kN}$$

$$\sum \vec{M}_A = 0 \Rightarrow 11B_y + 15 \times 2.50 - 10 \times 9.5 - 30 \times 8 - 20 \times 8 \times \frac{8}{2} + 15 \times 2 = 0$$

$$\Rightarrow 11B_y = 907.5 \text{ kN} \Rightarrow B_y = 82.5 \text{ kN}$$

$$\sum \vec{M}_B = 0 \Rightarrow 11A_y - 15 \times (2 + 8 + 1.5 + 1.5) - 20 \times 8 \times (4 + 1.5 + 1.5) - 30 \times (1.5 + 1.5) - 10 \times 1.5 - 15 \times 2.5 = 0$$

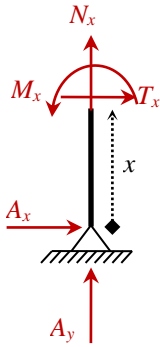
$$\Rightarrow 11A_y = 1457.5 \text{ kN} \Rightarrow A_y = 132.5 \text{ kN}$$

KONTROL

$$\uparrow \sum Y = 0 \Rightarrow A_y + B_y - 15 - 20 \times 8 - 30 - 10 \times z = 0 \quad \checkmark$$

## 2. Kesit Tesirlerinin Belirlenmesi

- I Bölgesi için kesit tesirleri ( $0 \leq x \leq 5.5\text{m}$ )



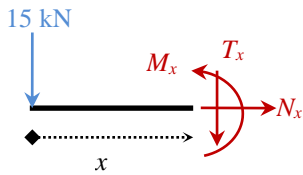
$$\uparrow \sum Y = 0 \Rightarrow A_y + N_x = 0 \Rightarrow N_x = -132.5 \text{ kN}$$

$$\sum \vec{X} = 0 \Rightarrow A_x + T_x = 0 \Rightarrow T_x = -15 \text{ kN}$$

$$\sum \vec{M}_x = 0 \Rightarrow A_x \times x + M_x = 0 \Rightarrow M_x = -15x \Rightarrow x=0 \text{ için } M_x = 0$$

$$x=5\text{m için } M_x = -75\text{kNm}$$

- II Bölgesi için kesit tesirleri ( $0 \leq x \leq 2\text{m}$ )



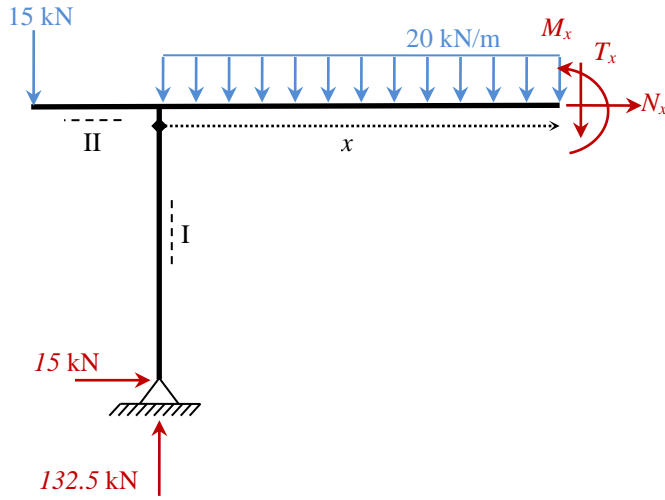
$$\uparrow \sum Y = 0 \Rightarrow -15 - T_x = 0 \Rightarrow T_x = -15 \text{ kN}$$

$$\sum \vec{X} = 0 \Rightarrow N_x = 0$$

$$\sum \vec{M}_x = 0 \Rightarrow 15 \times x + M_x = 0 \Rightarrow M_x = -15x \Rightarrow x=0 \text{ için } M_x = 0$$

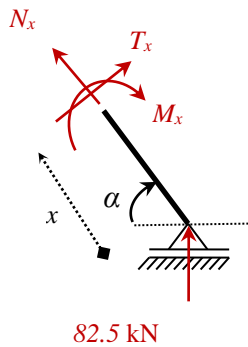
$$x=2\text{m için } M_x = -30\text{kNm}$$

- III Bölgesi için kesit tesirleri ( $0 \leq x \leq 8\text{m}$ )



$$\begin{aligned} \uparrow \sum Y = 0 &\Rightarrow -15 + 132.5 - 20x - T_x = 0 \Rightarrow T_x = 117.5 - 20x \\ &\quad x=0 \text{ için } T_x = 117.5 \text{ kN} \\ &\quad x=8\text{m} \text{ için } T_x = -42.5 \text{ kN} \\ \sum \vec{X} = 0 &\Rightarrow 15 + N_x = 0 \Rightarrow N_x = -15 \text{ kN} \\ \sum \vec{M}_x = 0 &\Rightarrow 15 \times (2 + x) + 15 \times 5 - 132.5x + 20 \times x \times \frac{x}{2} + M_x = 0 \\ &\Rightarrow M_x = -10x^2 + 117.5x - 105 \Rightarrow x=0 \text{ için } M_x = -105 \text{ kNm} \\ &\quad x=8\text{m} \text{ için } M_x = 195 \text{ kNm} \end{aligned}$$

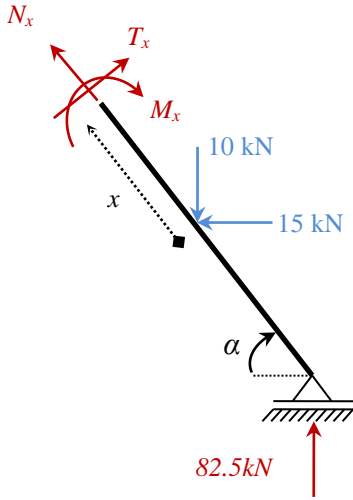
- V Bölgesi için kesit tesirleri ( $0 \leq x \leq 2.92\text{m}$ )



$$\sin \alpha = 0.858 \quad \cos \alpha = 0.515$$

$$\begin{aligned} \nearrow \sum Y = 0 &\Rightarrow 82.5 \times \cos \alpha + T_x = 0 \Rightarrow T_x = -42.48 \text{ kN} \\ \nwarrow \sum X = 0 &\Rightarrow 82.5 \times \sin \alpha + N_x = 0 \Rightarrow N_x = -70.785 \text{ kN} \\ \sum \vec{M}_x = 0 &\Rightarrow -82.5 \times \cos \alpha \times x + M_x = 0 \\ &\Rightarrow M_x = 42.48x \Rightarrow x=0 \text{ için } M_x = 0 \\ &\quad x=2.92\text{m} \text{ için } M_x = 124.04 \text{ kNm} \end{aligned}$$

- IV Bölgesi için kesit tesirleri ( $0 \leq x \leq 2.92\text{m}$ )



$$\sin \alpha = 0.858 \quad \cos \alpha = 0.515$$

$$\sum Y = 0 \Rightarrow 82.5 \times \cos \alpha - 10 \times \cos \alpha - 15 \times \sin \alpha + T_x = 0 \Rightarrow T_x = -24.47 \text{ kN}$$

$$\sum X = 0 \Rightarrow 82.5 \times \sin \alpha - 10 \times \sin \alpha + 15 \cos \alpha + N_x = 0 \Rightarrow N_x = -69.93 \text{ kN}$$

$$\sum M_x = 0 \Rightarrow -82.5 \times \cos \alpha \times (2.92 + x) + 10 \times \cos \alpha \times x + 15 \times \sin \alpha \times x + M_x = 0$$

$$\Rightarrow M_x = 24.47x + 124.06 \Rightarrow x=0 \text{ için } M_x = 124.06 \text{ kNm}$$

$$x=2.92\text{m için } M_x = 194.84 \text{ kNm}$$

### 3. Kesit Tesirleri Diyagramlarının Çizilmesi

