Özet

Geçen yüzyıldan bu yana global deniz seviyesi yaklaşık 19 cm artmıştır. Bu artışın önümüzdeki yüzyılda da devam edeceği düşünülmektedir. Deniz seviyesindeki artışlar hem kıyı yerleşimlerini hem de kıyılardaki doğal yaşam alanlarını tehdit etmektedir. Ayrıca deniz seviyesi düşey kontrol ağlarının datumu olarak kullanılmakta ve deniz seviyesindeki yüksek artış hızları jeodezik olarak düşey kontrol ağlarının datumunun güncellenmesi sorununu da beraberinde getirmektedir. Bu nedenle deniz seviyesi değişimlerinin nedenlerinin araştırılması kıyı mühendisliği, klimatoloji ve jeodezi açısından önemlidir. Deniz seviyesi tektonik hareketler ve meteorolojik etkiler gibi birçok nedenden dolayı değişmektedir. Deniz seviyesi değişimleri ve deniz seviyesini etkileyen faktörler arasındaki ilişkinin lineer korelasyon katsayısı ile ifade edilmesi, lineer olmayan bağımlılık yapılarını ihmal etmekte ve değişkenler arasındaki bağımlılık yapılarının tam olarak ortaya çıkmasını engellemektedir. Bu çalışmada Ege kıyısında bulunan 2 mareograf istasyonundan elde edilen uzun dönemli deniz seviyesi değişimleri ve bazı meteorolojik faktörler arasındaki ilişki kapula temelli bir analiz metodu ile incelenmiştir. Pearson korelasyon katsayısının aksine Kapula fonksiyonları; lineer ve lineer olmayan ilişkileri modelleyebilmekte, lokal bağımlılıkları ortaya çıkarabilmektedir.

Anahtar kelimeler:

Deniz Seviyesi; Kapula; Meteoroloji; Korelasyon; Jeodezi.

Abstract

Global sea level has increased about 19 cm since the last century. This increase is expected to continue in the next century. Sea level increases threaten both coastal settlements and coastal habitats. In addition, the sea level is used as the datum of vertical control networks. High rise-rates of sea level geodetically brings the problem of updating the vertical control networks datum. Therefore, it is important to investigate the causes of sea level changes in terms of coastal engineering, climatology and geodesy. Sea level changes for many reasons, such as tectonic movements and meteorological effects. To use linear correlation coefficient for interpreting the correlation between sea level changes and the causes of sea level changes neglects the nonlinear dependence structures. In this study, the dependence between long-term sea level changes and some meteorological factors obtained from 2 tide gauge stations on the Aegean coast was investigated by a copula-based analysis method. Unlike the Pearson correlation coefficient, copula functions; shows linear, nonlinear dependence structures, and local dependencies such as tail dependency.

Keywords:

Sea level; Copula; Meteorology; Correlation; Geodesy.

Meteorolojik Parametreler ve Deniz Seviyesi Değişimi Arasındaki İlişkinin Kapula Fonksiyonları ile Analizi

Analysis of the Relationship Between Meteorological Parameters and Sea Level with Copula Functions

Emine TANIR KAYIKÇI[1]
Ahmet YAVUZDOĞAN[2]

[1]Harita Mühendisliği Bölümü, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon, Türkiye,
[2]Harita Mühendisliği Bölümü, Gümüşhane Üniversitesi, Gümüşhane, Türkiye,

1. Giriş

Mareograf istasyonlarından elde edilen uzun dönemli ortalama deniz seviyesi, düşey kontrol ağlarının datumunun belirlenmesine katkı sağlaması açısından jeodezik araştırmalar için önemlidir. Geleneksel jeodezik yaklaşımda uzun dönemli ortalama deniz seviyesinin zamanla değişmediği kabul edilse de son yıllardaki çalışmalar deniz seviyesinin birçok faktörden dolayı arttığını göstermektedir. Bu değişim tektonik hareketler, ay ve güneş etkileri, meteorolojik faktörler, oşinografik etkiler, buzulların erimesi ve nehir akışlarından kaynaklanmaktadır. Deniz seviyesini etkileyen meteorolojik parametreler deniz ve hava sıcaklığı, hava basıncı ve rüzgarlardır.

Meteorolojik parametrelerin deniz seviyesi ile ilişkisi birçok araştırmacı tarafından lineer korelasyona dayalı yöntemler ile araştırılmıştır. Ancak lineer korelasyon (Pearson korelasyonu) ilişkilerin doğrusal olduğu ve hata terimlerinin dağılımının normal olduğu varsayımı altında değişkenler arasındaki bağımlılıkları modellemek için uygun bir araçtır. Değişkenlerin varyansları sonlu değilse korelasyon katsayıları tanımlanamaz. Ayrıca uygulamalarda çoğunlukla rastgele değişkenlerin ortak dağılımları normal dağılımda değildir.

Kapula fonksiyonları ise rastgele değişkenler arasındaki bağımlılık yapısını modellemek amacıyla istatistik, ekonomi, aktüerya analizi, meteoroloji ve hidroloji alanlarında sıklıkla kullanılan fonksiyonlardır. Bu fonksiyonlar değişkenlerin ve hatalarının dağılımlarından etkilenmemekte ve lokal bağımlılıkları ortaya çıkarabilmektedir. Ayrıca lineer ve lineer olmayan ilişkileri modelleyebilmektedir.

Bu çalışmada Ege kıyısında bulunan 2 mareograf istasyonundan (Menteş ve Bodrum) elde edilen uzun dönemli deniz seviyesi değişimleri ve bu istasyonlara ait meteorolojik parametreler (Hava Sıcaklığı, Hava Basıncı, Nem, Rüzgar Hızı) arasındaki ilişki kapula temelli bir analiz metodu ile incelenmiştir.

2. Yöntem

Kapula fonksiyonları, çok değişkenli dağılım fonksiyonlarını kendi tek değişkenli marjinallerine bağlayan fonksiyonlardır. Rastgele değişkenler arasındaki ilişkileri ortaya modellemek amacıyla kullanılırlar. İlk defa 1959 yılında Sklar tarafından Kapula kavramı ortaya çıkarılmıştır. Sklar teoremine göre, verilen çok değişkenli bir dağılımı verilerin kendi marjinallerine bağlayan bir matematiksel fonksiyon vardır ki bu fonksiyona kapula denir. İki değişkenli dağılımlar için Sklar teoremi aşağıdaki gibi

yazılabilir.

$$H(x,y) = C(F(x), G(y)) \tag{1}$$

Burada $F(x)$ ve $G(y)$ x ve y değişkenlerine ait marjinal dağılım fonksiyonları, $H(x,y)$ ise marjinalleri $F(x)$ ve $G(y)$ olan ortak dağılım fonksiyonudur. Burada C ise $F(x)$ ve $G(y)$ marjinallerini $H(x,y)$ ortak dağılımına bağlayan fonksiyondur.

2.1. Deneysel Kapula Fonksiyonu

Deneysel veya ampirik kapula veri setinin tüm bağımlılık yapısını yansıttığı varsayılan bilinmeyen teorik kapula dağılımları için bir tahmin edici fonksiyondur. Aşağıdaki gibi hesaplanır (Genest ve Rivest 1993):

$$C_e(u,v) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \mathbf{1}\left(\frac{r_i}{n+1} \le u, \frac{s_i}{n+1} \le v\right) \tag{2}$$

Burada $\mathbf{1}$ başlatıcı fonksiyondur. Eğer koşul doğruysa 1, yanlış ise 0' a eşittir. r_i ve s_i verilerin sıralarının çiftlerini göstermektedir. n ise veri sayısıdır.

2.2. Kapula Parametresi Tahmini

Kapula parametresi her kapula fonksiyonu için farklı değer aralıklarına sahip olan ve değişkenler arasındaki bağımlılığı gösteren bir katsayıdır. Bu katsayı hem bağımlılığın yönünü hem de bağımlılığın miktarını göstermesi açısından önemlidir. Ayrıca kapula üretici fonksiyonlarda da yer alır. Bu parametrenin tahmini için parametrik ve parametrik olmayan birçok tahmin yöntemi vardır. Bu çalışmada parametrik yöntemlerden maksimum olabilirlik yöntemi (Maximum Likelihood) kullanılmıştır.

2.3. Arşimedyen Kapula Ailesi

Arşimedyen kapulalar kolayca inşa edilebilmesi ve başka birçok özellikleri nedeniyle uygulamalarda sıklıkla kullanılmaktadır. Arşimedyen kapulalar için, çok değişkenli bir kapula, tek değişkenli basit bir üretici fonksiyon kullanılarak üretilebilir. Bağımlılık modellemede en çok kullanılan 3 kapula fonksiyonu Clayton, Frank, Gumbel kapula fonksiyonlarıdır.

2.4. Clayton Kapula Fonksiyonu

Alt kuyruk bağımlılığına sahip Clayton kapulasına ait kapula formülü aşağıdaki gibidir (Clayton 1978) :

$$C_\theta(u,v) = max[(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1), 0]^{\left(-\frac{1}{\theta}\right)} \tag{3}$$

Burada kapula parametresi $[-1, \infty)$ aralığındadır ve $\theta = 0$ durumunda değişkenler bağımsızdır.

2.5. Frank Kapula Fonksiyonu

Frank kapulası her iki kuyrukta da simetrik bir yapıya sahiptir. Kapula parametresi geniş bir aralığa sahip olmasının yanı sıra aynı zamanda pozitif ve negatif ilişkileri de modelleyebilmektedir. Frank kapulasına ait kapula formülü aşağıdaki gibidir.

$$C_\theta(u,v) = \frac{1}{\theta} ln\left(1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v})}{e^{-\theta} - 1}\right) \tag{4}$$

Kapula parametresi ($-\infty, \infty$) aralığındadır. 0 ise tam bağımsızlık durumunu göstermektedir.

2.6. Gumbel Kapula Fonksiyonu

Gumbel kapulası asimetrik bir yapıya sahip olup üst kuyruk bağımlılığını yorumlamada kullanışlıdır. Gumbel kapulasına ait kapula formülü aşağıda verilmiştir.

$$C_\theta\,(u,v) = e^{-\left((-\ln(u)^\theta) + (-\ln(v)^\theta)\right)^{1/\theta}} \tag{5}$$

Kapula parametresi [$1, \infty$) aralığındadır. 1 ise tam bağımsızlık durumunu göstermektedir.

2.7. Uygulama

Çalışmada kullanılan istasyonlardaki deniz seviyesi ve meteorolojik parametreler Türkiye Ulusal Deniz Seviyesi İzleme Sistemi (TUDES) kapsamında Harita Genel Müdürlüğü tarafından sağlanan (https://tudes.harita.gov.tr/tudesportal/HaritaYukFrek.aspx) internet adresinden elde edilmiştir. Çalışmada Ege Denizi kıyısında bulunan Menteş ve Bodrum İstasyonlarından alınan aylık ortalamalı veriler kullanılmıştır (Şekil 2.). Menteş istasyonu için veriler 1999 – 2011 yılları arasında, Bodrum istasyonu için ise 1999 – 2017 yılları arasındadır.



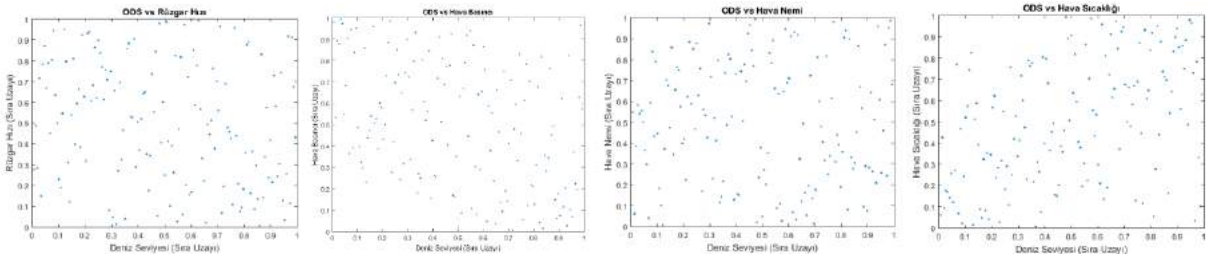
Şekil 2. Çalışmada kullanılan mareograf istasyonları

İlk olarak çalışmaya altlık oluşturması amacıyla istasyonlardaki deniz seviyeleri ve meteorolojik parametreler arasındaki Pearson korelasyon katsayıları hesaplanmıştır.

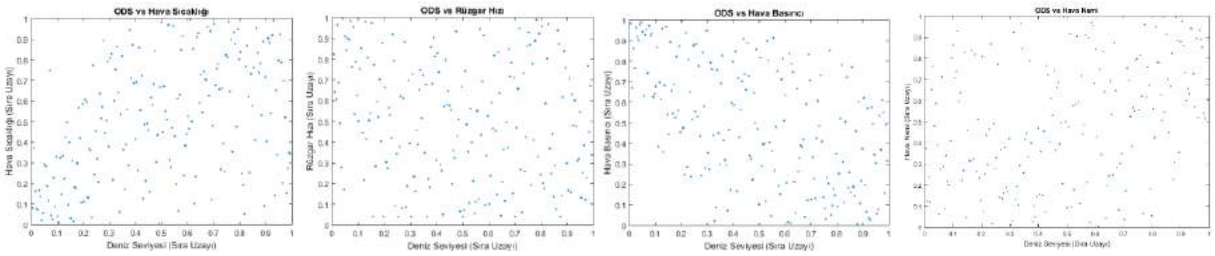
Tablo 1. Deniz Seviyesi ve Meteorolojik Faktörler Arasındaki Lineer Korelasyon

İstasyon Adı	Meteorolojik Parametreler	Lineer Korelasyon Katsayısı
Bodrum	Hava Sıcaklığı	0,4143
	Hava Basıncı	-0,3818
	Hava Nemi	0,0462
	Rüzgar Hızı	-0,0594
Menteş	Hava Sıcaklığı	0,4334
	Hava Basıncı	-0.5472
	Hava Nemi	0,3286
	Rüzgar Hızı	-0.1571

Çok değişkenli dağılımlarda veriler arasındaki ilişkiyi gözlemlemenin bir yolu da verileri sıra uzayına dönüştürmektir. Bu sebeple deneysel kapula hesabında da kullanılacak olan sıra sayıları [0,1] aralığında ölçeklenerek her istasyondaki meteorolojik parametreler ve deniz seviyesi verileri için hesaplanmıştır. (Şekil 3. Ve Şekil 4.)

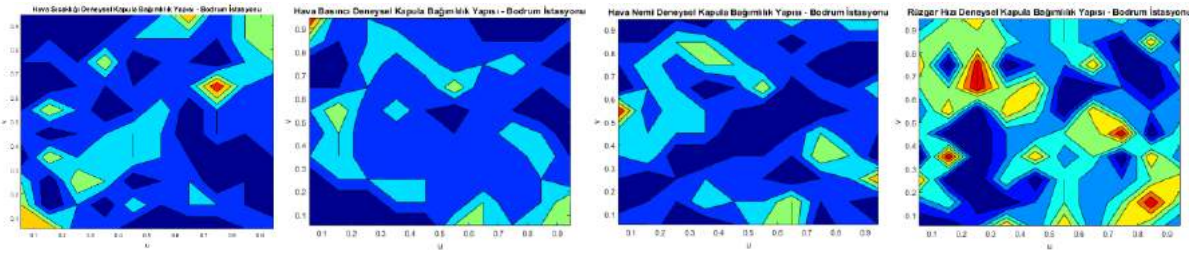


Şekil 3. Bodrum istasyonundaki deniz seviyesi ve meteorolojik faktörlerin sıra uzayında tanımlanması

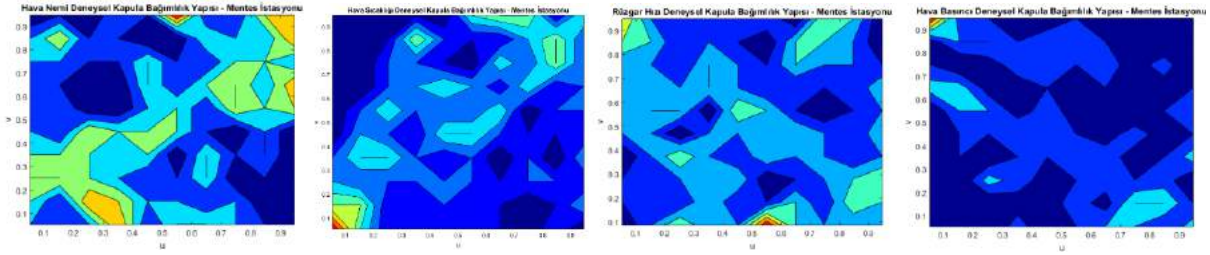


Şekil 4. Menteş istasyonundaki deniz seviyesi ve meteorolojik faktörlerin sıra uzayında tanımlanması

Deneysel kapula fonksiyonu esasında sıra uzayına dönüştürülen ortak dağılımın yoğunluk fonksiyonu olarak tanımlanabilir. İstasyonlardaki deniz seviyesi ve meteorolojik faktörler arasındaki deneysel kapula hesaplanmıştır. (Şekil 5. Ve Şekil 6.)



Şekil 5. Bodrum İstasyonunda deniz seviyesi ve meteorolojik parametreler arasındaki deneysel kapula



Şekil 6. Menteş İstasyonunda deniz seviyesi ve meteorolojik parametreler arasındaki deneysel kapula

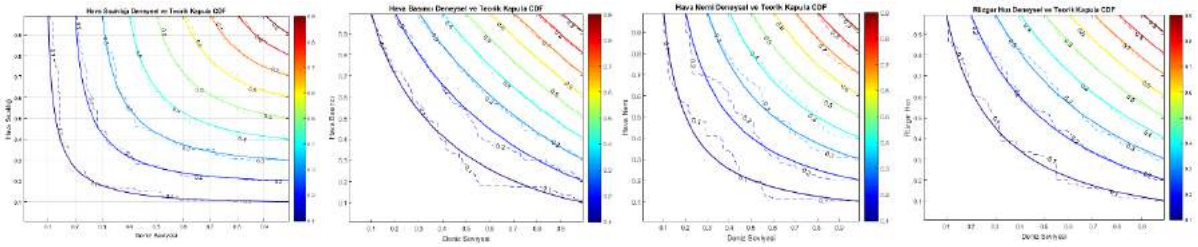
İstasyonlardaki deniz seviyesi ve meteorolojik faktörler arasındaki ilişkiyi gösteren kapula parametreleri Frank, Clayton, Gumbel fonksiyonları için hesaplanarak uyum iyiliği testi yapılmıştır. Hesaplanan bu kapula parametrelerine göre bağımlılık yapısını en iyi modelleyecek kapula fonksiyonunun seçimi için Cramer -Von Mises metriğine göre uyum iyiliği testi gerçekleştirilmiştir.

Tablo 2. İstasyonlardaki Deniz Seviyesi ve Meteorolojik Parametreler için Hesaplanan Kapula Parametreleri ve Uyum İyiliği Katsayıları

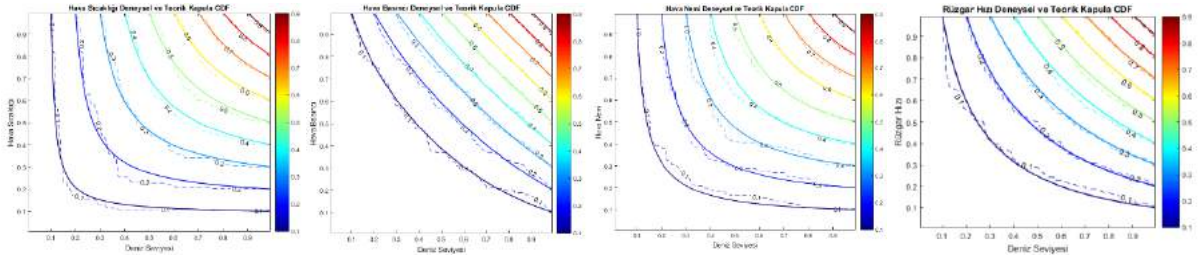
İstasyon Adı	Kapula Fonksiyonu	Kapula Parametresi	Cramer Von Mises Metriği
Bodrum İstasyonu Hava Sıcaklığı	Frank	3.0180	0.0321
	Clayton	0.6088	0.1847
	Gumbel	1.3674	0.1049
Bodrum İstasyonu Hava Nemi	Frank	-0.0638	0.0207
	Clayton	0.0061	0.0221
	Gumbel	1.0512	0.0514
Bodrum İstasyonu Hava Basıncı	Frank	-2.4685	0.0571
	Clayton	1.4509*	0.8311
	Gumbel	1.0000*	0.8311
	Frank	-1.4151	0.0476

Bodrum İstasyonu Rüzgar Hızı	Clayton	1.4509*	0.4023
	Gumbel	1.0000*	0.4023
Mentes İstasyonu Hava Sıcaklığı	Frank	3.0263	0.1635
	Clayton	0.7444	0.0788
	Gumbel	1.3358	0.3709
Mentes İstasyonu Hava Nemi	Frank	2.1063	0.1121
	Clayton	0.2981	0.4437
	Gumbel	1.2282	0.1884
Mentes İstasyonu Hava Basıncı	Frank	-3,5532	0.0868
	Clayton	1.4509*	2.2257
	Gumbel	1.0000*	2.2257
Mentes İstasyonu Rüzgar Hızı	Frank	-1.0347	0.0606
	Clayton	1.4509	0.2809
	Gumbel	1.0000	0.2809

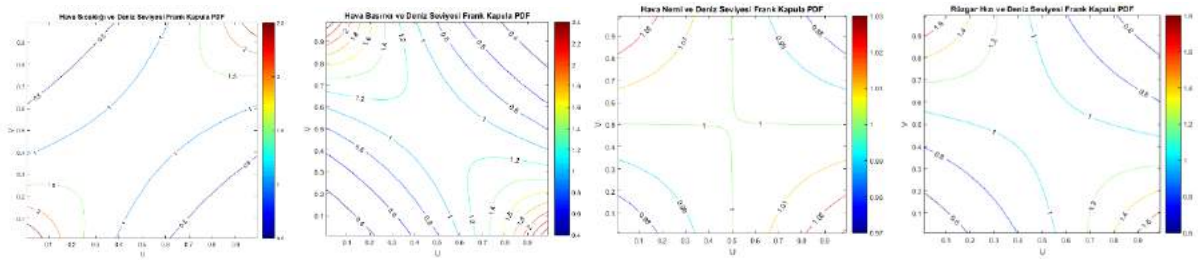
Tablodaki gri renk ile işaretlenen metrikler bağımlılığı en iyi modelleyen kapula fonksiyonlarını, (*) işareti ise kapula fonksiyonlarının bağımlılığı modelleyemediğini göstermektedir. İstasyonlardaki değişkenlere ait kapula parametreleri ve en uygun kapula fonksiyonlarının seçiminden sonra veriler en uygun kapula fonksiyonuna göre teorik kapulaya uydurulmuştur. Teorik kapulaların olasılık yoğunluk fonksiyonu (Probability Density Function – PDF) . (Şekil 9. Ve Şekil 10.) ve birikimli yoğunluk fonksiyonları (Cumulative Density Function - CDF) verilmiştir. (Şekil 7. Ve Şekil 8.)



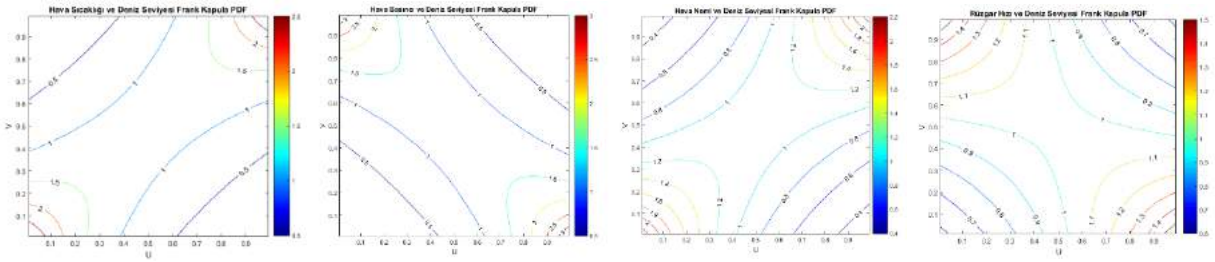
Şekil 7. Bodrum istasyonundaki değişkenlere ait deneysel CDF ve teorik kapula CDF



Şekil 8. Mentes istasyonundaki değişkenlere ait deneysel CDF ve teorik kapula CDF



Şekil 9. Bodrum istasyonundaki değişkenlere ait bağımlılığı gösteren kapula PDF



Şekil 10. Mentes istasyonundaki değişkenlere ait bağımlılığı gösteren kapula PDF

3. Bulgular ve Tartışma

Değişkenler arasındaki bağımlılık yapısının teorik bir Arşimedyen kapula fonksiyonu ile modellenmesi sonucunda, teorik kapula fonksiyonlarına ait olasılık yoğunluk fonksiyonu (PDF) elde edilmiştir. Bu olasılık yoğunlukları değişkenlerin bağımlılık yapısını sunmaktadır. Olasılık yoğunluk fonksiyonu grafikleri (Şekil 9. ve Şekil 10.) incelendiğinde Bodrum istasyonunda deniz seviyesi ve hava sıcaklığı arasında pozitif yönde (artan) 0.5 – 2.5 arasında değişen güçlü bir bağımlılık yapısı, deniz seviyesi ve hava basıncı arasında negatif yönde (azalan) 0.4 – 2.4 arasında değişen güçlü bir bağımlılık yapısı, deniz seviyesi ve hava nemi arasında önemli herhangi bir bağımlılığın bulunmadığı, deniz seviyesi ve rüzgar hızı arasında negatif yönde 0.6 – 1.8 arasında değişen bağımlılık yapısı sonuçlarına ulaşılmıştır. Menteş istasyonunda ise deniz seviyesi ve hava sıcaklığı arasında pozitif yönde 0.5 – 2.5 arasında değişen güçlü bir bağımlılık yapısı, deniz seviyesi ve hava basıncı arasında negatif yönde 0.5 – 3 arasında değişen güçlü bir bağımlılık yapısı, deniz seviyesi ve hava nemi arasında pozitif yönde 0.4 – 2.2 arasında değişen güçlü bir bağımlılık yapısı, deniz seviyesi ve rüzgar hızı arasında ise 0.6 – 1.5 arasında değişen bağımlılık yapısı bulunmuştur. Kapula fonksiyonları ile elde edilen sonuçlar lineer korelasyon katsayısı ile de uyumludur.

4. Sonuç

Elde edilen sonuçlara göre Bodrum istasyonunda en güçlü ilişki deniz seviyesi gözlemleri ve hava sıcaklığı arasında bulunmuştur. Ayrıca deniz seviyesi ve hava basıncı arasındaki ilişki de güçlüdür. Ancak rüzgar hızı ve deniz seviyesi arasında negatif bir ilişki olsa da güçlü bir yapıda değildir. Hava nemi ile deniz seviyesi arasında önemli bir ilişki bulunamamıştır. Menteş istasyonunda ise deniz seviyesi gözlemleri ile meteorolojik faktörler arasındaki ilişki hava basıncı ve hava sıcaklığı için gayet güçlü bir yapıdadır. Hava nemi ile deniz seviyesi arasında pozitif yönde bir ilişki gözlemlenmiştir. Rüzgar hızı ise yine negatif yönde düşük bir bağımlık yapısındadır. Bu sonuçlar lineer korelasyon ile elde edilen sonuçlarla uyumlu olup, sadece lineer bir bağımlılığı değil aynı zamanda lineer olmayan lokal bağımlılıkları da göstermesi açısından oldukça önemlidir. Ayrıca deniz seviyesi çalışmalarında kapula fonksiyonlarının kullanılabileceği gösterilmiştir.

5. Referanslar

[1] Genest, C. and Favre, C. 2007. Everything you always wanted to know about Copula modeling but were afraid to ask. Journal of Hydrologic Engineering 12(4): 347–368

[2] Genest, C. and Rivest. 1993. Statistical Inference Procedures for Bivariate Archimedean Copulas. American Statistical Association. 88: 1034–1043

[3] Jaworski, P., Durante, F., Jaworska, K., and Rychlik, T. 2010. Copula Theory and Its Applications. vol. 694, Springer

[4] Sklar, A. 1959. Fonctions de repartition a n dimensions et leurs marges, de l'Institut de Statistique de l'Universite de Paris, 8: 229–231

[5] Nelsen, R.B. 1999. An Introduction to Copulas. Springer Verlag, New York, 5-43,89-121, 125-179

[6] Joe, H. 1997. Multivariate Models and Dependence Concepts, Chapman and Hall, London, 12-35, 297-322

[7] Frees, E. W. And Valdez, E. A. 1998. Understanding relationships using copulas. North American Actuarial Journal. 2 (1):1-25

[8] Amblard. C., and Girard. S. 2002. Symmetry and dependence properties within a semiparametric family of bivariate copulas. Nonparametric Statistics. 14 (6): 715727

[9] Durante, F., Quesada-Molina, J.J., Ubeda-Flores, M. 2007. On a family of multivariate copulas for aggregation processes. Information Sciences, 177: 5715–5724

[10] Schweizer, B. 2007. Introduction to copulas. Journal of Hydrologic Engineering. 12 (4): 346