1. HİPERSTATİK SİSTEMLER

1.1. Giriş

Bir sistemin hesabının amacı, dış etkilerden meydana gelen kesit tesirlerini, şekil değiştirmelerini ve yer değiştirmelerini belirlemektir. İzostatik sistemlerde, yalnız denge denklemleriyle kesit tesirleri ve bunlara bağlı olarak şekil değiştirmeler bulunabilir. Hiperstatik sistemlerde ise, kesit tesirlerini ve şekil değiştirmeleri belirlemek için yalnız denge denklemleri yetmez, bunlara süreklilik şartları denilen geometrik uygunluk şartları ile gerilme şekil değiştirme bağıntılarının da eklenmesi gerekir.

Hiperstatik sistemlerde, kesit tesirleri meydana getiren dış etkiler;

a) Sabit yükler
b) Sıcaklık değişmeleri
c) Mesnet çökmeleri

şeklinde sıralanabilir. İzostatik sistemlerde, sıcaklık değişmeleri ve mesnet çökmelerinden yalnız yer değiştirmeler meydana gelirken, kesit tesirleri oluşmaz. Hiperstatik sistemlerde ise, yer değiştirmeler ile birlikte kesit tesirleri de meydana gelir. Aşağıdaki tabloda izostatik ve hiperstatik sistemler karşılaştırılmaktadır.

Dış Etki	İzostatik Sistemlerde	Hiperstatik Sistemlerde
Sabit Dış Yükler	Hem yer değiştirme, hem de kesit tesirleri meydana getirir.	Hem yer değiştirme, hem de kesit tesirleri meydana getirir.
Sıcaklık Değişmeleri	Sadece yer değiştirme meydana getirir.	Hem yer değiştirme, hem de kesit tesirleri meydana getirir.
Mesnet Çökmeleri	Sadece yer değiştirme meydana getirir.	Hem yer değiştirme, hem de kesit tesirleri meydana getirir.

Hiperstatik sistemlerin çözümünde, yer değiştirmelerin küçük olduğu ve gerilme - şekil değiştirme bağıntılarının lineer olduğu kabul edilmektedir.

1.2. Hiperstatik Sistemlerin Çözüm Yöntemleri

Hiperstatik sistemlerin çözüm yöntemlerini üç grupta toplamak mümkündür.

a) Kuvvet yöntemi
b) Yerdeğiştirme yöntemi
c) Karışık yöntem

Kuvvet yönteminde, sistemdeki bilinmeyenler eleman uç kuvvetleridir. Düğüm noktası dengesi sağlandıktan sonra, düğüm noktası yer değiştirmelerinin uygunluğundan doğan denklemlerin çözümü ile bilinmeyenler elde edilir.

Yer değiştirme yönteminde, sistemdeki bilinmeyenler düğüm noktası yer değiştirmeleridir. Düğüm noktası dengesi sağlandıktan sonra denge denklemleri ve süreklilik denklemleri yardımıyla bu bilinmeyenler elde edilir. Yer değiştirme yöntemlerine Moment Dağıtma (Cross), Açı ve Kani Yöntemleri örnek olarak verilebilir.

Karışık yöntemde ise, sistemdeki bilinmeyenler eleman uç kuvvetleri ve yer değiştirmelerdir. Bu yönteme Travers Yöntemi örnek olarak verilebilir.

1.3. Kuvvet Yöntemi

1.3.1. Genel Bilgiler

Bir sistemin bütün kesit tesirlerini ve mesnet tepkilerini elde edebilmek için denge denklemlerine eklenmesi gereken denklem sayısına, *sistemin hiperstatiklik derecesi* denir. Bunu elde etmek için bazı kesimler yapılarak sistem izostatik hale getirilir. Bu kesimlerde kaldırılan kesit tesirleri ve mesnet tepkilerinin sayısı sistemin hiperstatiklik derecesini verir.

Kuvvet yönteminde bilinmeyenler, izostatik sistem elde etmek için yapılan kesimlerde kaldırılan kesit tesirleri ve mesnet tepkileridir. İzostatik sistem elde etmek için yalnız bazı mesnet tepkileri kaldırılan sistemlere *dıştan hiperstatik sistem*, yalnız bazı kesit tesirleri kaldırılan sistemlere *içten hiperstatik sistem,* bazı mesnet tepkileri ile bazı kesit tesirlerinin aynı anda kaldırıldığı sistemlere de *içten ve dıştan hiperstatik sistem* adı verilir.

Bir hiperstatik sistemde yapılan kesimler ile çeşitli izostatik sistemler elde edileceği açıktır. Bunların arasından hesapları en çok basitleştiren sistem seçilir. Bu sisteme *izostatik esas sistem* denir.

Bir sistemin hiperstatiklik derecesi aşağıdaki gibi hesaplanır:

Çerçeve sistemlerde;

$$hd = mts + 3 * kgs - ms - dds$$

Kafes sistemlerde;

$$hd = mts + çs - 2 * dns$$

Burada;

hd : hiperstatiklik derecesi

mts : mesnet tepkisi sayısı

kgs : kapalı göz sayısı

ms : mafsal sayısı

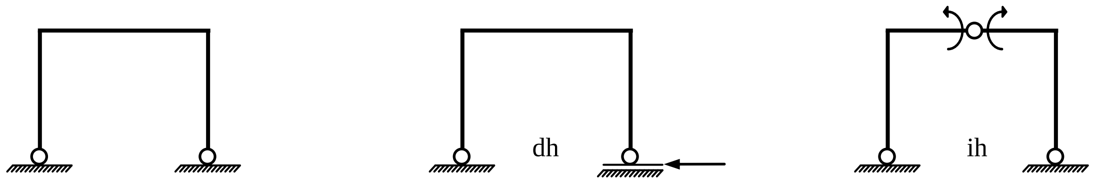
dds : denge denklemi sayısı

çs : çubuk sayısı

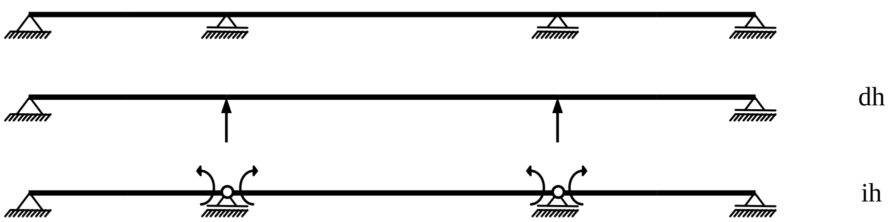
dns : düğüm noktası sayısıdır.

Aşağıdaki örneklerde bazı hiperstatik sistemler için, kesimler ile elde edilen çeşitli izostatik sistemler ve bunların üzerinde kesimlerle kaldırılan ve bilinmeyen olarak seçilen kesit tesirleri ve mesnet tepkileri gösterilmektedir.

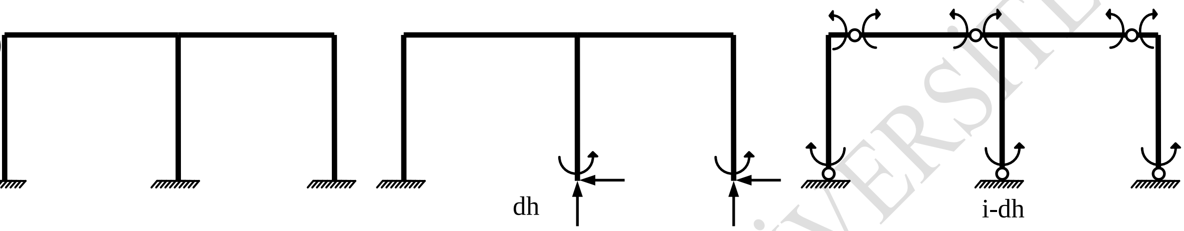
1)


dh
ih

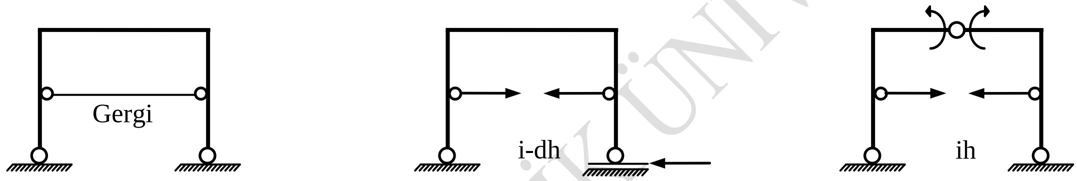
2)


dh
ih

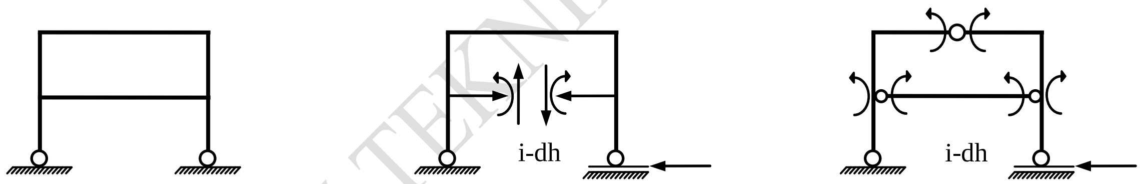
3)


dh
i-dh

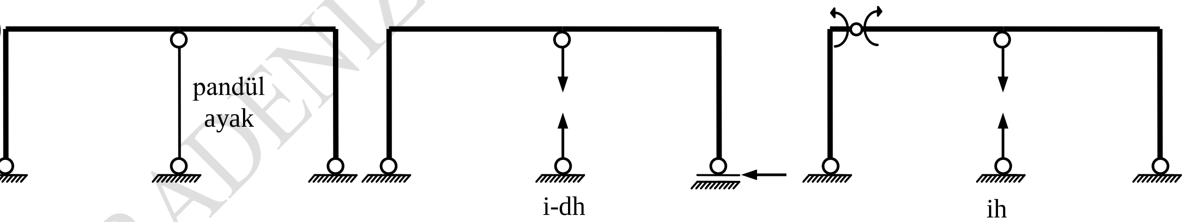
4)


Gergi
i-dh
ih

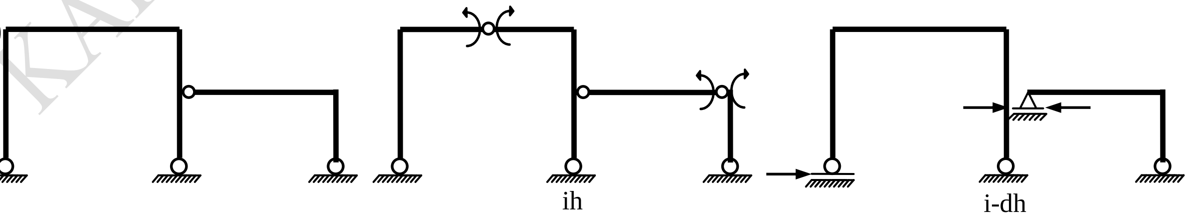
5)


i-dh
i-dh

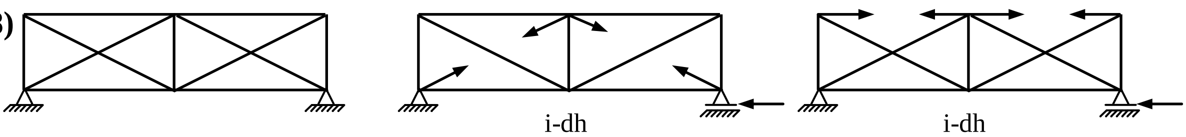
6)


pandül
ayak
i-dh
ih

7)


ih
i-dh

8)


i-dh
i-dh

1.3.2. Kuvvet Yöntemi ile Hiperstatik Sistemlerin Çözümü

1.3.2.1. Düzlem Çerçeveler

Sabit yükler, sıcaklık değişmeleri ve mesnet çökmeleri gibi dış etkilerden dolayı düzlem hiperstatik çerçeve sistemlerde kesit tesirleri M, N, T ile; şekil değiştirmeler $\Delta\varphi$, Δds, Δv ile, yer değiştirmeler ise δ_1, δ_2, δ_3 ile gösterilmektedir. Dış yüklere maruz hiperstatik sistemlerin Kuvvet Yöntemi ile çözümünde yapılan işlemler aşağıda verilmektedir.

a) İzostatik esas sistem ve hiperstatik bilinmeyenlerin seçimi:

Hiperstatik bir sistemde, yapılan kesimler ile elde edilen çeşitli izostatik sistemler arasından, çözümü en çok basitleştiren sistemin *izostatik esas sistem* olarak adlandırıldığı daha önce belirtilmişti. Yapılan bu kesimlerde kaldırılan kesit tesirleri ve mesnet tepkileri bilinmeyen olarak seçilir ve n. dereceden hiperstatik olan bir sistemde, hiperstatiklik derecesine eşit sayıdaki hiperstatik bilinmeyenler X_1, X_2, …, X_n ile gösterilirler.

Aşağıdaki şekilde örnek bir hiperstatik sistem ve bu sistem için seçilen izostatik esas sistem görülmektedir.

hiperstatik sistem (h.s.) izostatik esas sistem (i.e.s.) ve hiperstatik bilinmeyenler (h.b.)

Hiperstatik bir sistemde, dış etkilerden meydana gelen kesit tesirleri, şekil değiştirmeler ve yer değiştirmeler, izostatik esas sistemde aynı dış etkiler ile beraber X_1, X_2, …, X_n hiperstatik bilinmeyenlerinden meydana gelen kesit tesirleri, şekil değiştirmeler ve yer değiştirmelere eşittirler. O halde, X_1, X_2, …, X_n bilinmeyenleri elde edilirse, izostatik esas sistemde bulunan bütün iç etkiler, hiperstatik sistemin bütün iç etkilerine eşit olur.

b) X=0 yüklemesi:

İzostatik esas sisteme, dış etkiler; yani sabit yükler, sıcaklık değişmeleri ve mesnet çökmeleri uygulanarak kesit tesirleri elde edilir. Bu yükleme durumuna *X=0 yüklemesi* adı verilmektedir. Sabit yükler, sıcaklık değişmeleri ve mesnet çökmelerinden meydana gelen büyüklükler sırasıyla; 0, t ve w ile gösterilmektedir.

	Kesit Tesirleri	Yer değiştirmeler
Sabit Yük	M_0, N_0, T_0	$\delta_{10}, \delta_{20}, \ldots, \delta_{n0}$
Sıcaklık Değişmesi	$M_t=N_t=T_t=0$	$\delta_{1t}, \delta_{2t}, \ldots, \delta_{nt}$
Mesnet Çökmesi	$M_w=N_w=T_w=0$	$\delta_{1w}, \delta_{2w}, \ldots, \delta_{nw}$

Burada ilk indisler yeri, ikinci indisler ise sebebi göstermektedir. Buna göre;

$\delta_{10}, \delta_{1t}, \delta_{1w}$: İzostatik esas sistemde, sırasıyla sabit yüklerden, sıcaklık değişmelerinden ve mesnet çökmelerinden meydana gelen şekil değiştirmelerde, X_1 bilinmeyen kuvvetinin uygulama noktasının yer değiştirmesinin X_1 üzerindeki izdüşümleridir.

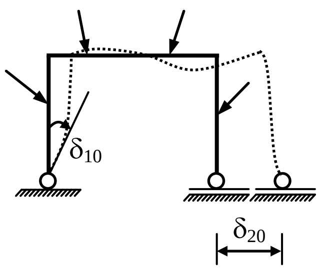
$\delta_{20}, \delta_{2t}, \delta_{2w}$: İzostatik esas sistemde, sırasıyla sabit yüklerden, sıcaklık değişmelerinden ve mesnet çökmelerinden meydana gelen şekil değiştirmelerde, X_2 bilinmeyen kuvvetinin uygulama noktasının yer değiştirmesinin X_2 üzerindeki izdüşümleridir.

$\vdots$

$\delta_{n0}, \delta_{nt}, \delta_{nw}$: İzostatik esas sistemde, sırasıyla sabit yüklerden, sıcaklık değişmelerinden ve mesnet çökmelerinden meydana gelen şekil değiştirmelerde, X_n bilinmeyen kuvvetinin uygulama noktasının yer değiştirmesinin X_n üzerindeki izdüşümleridir.

NOT: X bilinmeyeninin birim moment olması halinde yer değiştirmenin X üzerindeki izdüşümünün bir açı olduğu, X bilinmeyeninin birim moment çifti olması halinde ise yer değiştirmenin X üzerindeki izdüşümünün bu momentlere karşılık gelen iki tane açının toplamı olduğu unutulmamalıdır.

Aşağıdaki şekilde, yukarıdaki hiperstatik sistem için seçilen izostatik esas sistemin X=0 yüklemesi sonucu meydana gelen şekil değiştirme görülmektedir.



M_0, N_0, T_0
X=0 yüklemesi

c) *Birim yüklemeler (X_1=1, X_2=1, …, X_n=1):*

İzostatik esas sisteme, hiperststik bilinmeyenlerin her biri ayrı ayrı 1 birim alınarak (X_1=1, X_2=1, …, X_n=1) ayrı ayrı kesit tesirleri elde edilir. Bu yüklemelere *birim yüklemeler* adı verilmektedir. Bu yüklemelerden meydana gelen büyüklükler 1, 2, …, n indisleriyle gösterilmektedir.

	Kesit Tesirleri	Yer değiştirmeler
X_1=1 yüklemesi	M_1, N_1, T_1	δ_{11}, δ_{21}, …, δ_{n1}
X_2=1 yüklemesi	M_2, N_2, T_2	δ_{12}, δ_{22}, …, δ_{n2}
⋮	⋮	⋮
X_n=1 yüklemesi	M_n, N_n, T_n	δ_{1n}, δ_{2n}, …, δ_{nn}

Burada yine ilk indisler yeri, ikinci indisler ise sebebi göstermek üzere;

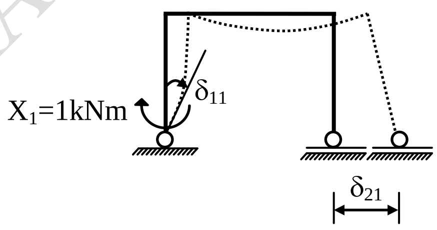
δ_{11}, δ_{21}, …, δ_{n1} : X_1 bilinmeyeninin uygulama noktasının yer değiştirmelerinin X_1 üzerindeki izdüşümleridir.

δ_{12}, δ_{22}, …, δ_{n2} : X_2 bilinmeyeninin uygulama noktasının yer değiştirmelerinin X_2 üzerindeki izdüşümleridir.

⋮

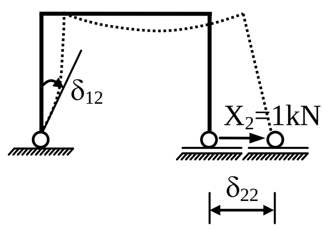
δ_{1n}, δ_{2n}, …, δ_{nn} : X_n bilinmeyeninin uygulama noktasının yer değiştirmelerinin X_n üzerindeki izdüşümleridir.

Aşağıdaki şekilde, yukarıdaki hiperstatik sistem için seçilen izostatik esas sistem için yapılan birim yüklemeler sonucu meydana gelen şekil değiştirmeler görülmektedir.



M_1, N_1, T_1

X_1=1 yüklemesi



M_2, N_2, T_2

X_2=1 yüklemesi

d) Denge ve Süreklilik Denklemleri:

$X=0$ ve $X_1=1$, $X_2=1$, …, $X_n=1$ birim yüklemeleri yapıldıktan sonra, hiperstatik bir sistemin kesit tesirleri için;

$$\left.\begin{array}{ccccccccccc} M & = & M_0 & + & M_1X_1 & + & M_2X_2 & + & \cdots & + & M_nX_n \\ T & = & T_0 & + & T_1X_1 & + & T_2X_2 & + & \cdots & + & T_nX_n \\ N & = & N_0 & + & N_1X_1 & + & N_2X_2 & + & \cdots & + & N_nX_n \end{array}\right\} \text{Denge denklemleri}$$

şeklinde tanımlanan ve *Denge veya Süperpozisyon Denklemleri* adı verilen bağıntılar yazılabilir.

Yer değiştirmeler için ise;

$\delta_1 = \delta_{10} + \delta_{1t} + \delta_{1w} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \cdots + \delta_{1n}X_n$: X_1 bilinmeyeninin uygulama noktası yer değiştirmesinin X_1 üzerindeki izdüşümü

$\delta_2 = \delta_{20} + \delta_{2t} + \delta_{2w} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \cdots + \delta_{2n}X_n$: X_2 bilinmeyeninin uygulama noktası yer değiştirmesinin X_2 üzerindeki izdüşümü

$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$

$\delta_n = \delta_{n0} + \delta_{nt} + \delta_{nw} + \delta_{n1}X_1 + \delta_{n2}X_2 + \cdots + \delta_{nn}X_n$: X_n bilinmeyeninin uygulama noktası yer değiştirmesinin X_n üzerindeki izdüşümü

şeklinde tanımlanan ve *Açık Süreklilik Denklemleri* adı verilen bağıntılar yazılabilir.

Açık süreklilik denklemlerinde, bilinmeyen katsayılarından meydana gelen ve dış etkilerden bağımsız olan matrise *katsayılar matrisi*, $\delta_{10}, \delta_{20}, \cdots, \delta_{n0}$ ’lara *yükleme terimleri*, $\delta_{1t}, \delta_{2t}, \cdots, \delta_{nt}$ ’lere *sıcaklık değişimi terimleri*, $\delta_{1w}, \delta_{2w}, \cdots, \delta_{nw}$ ile $\delta_1, \delta_2, \cdots, \delta_n$ ’lere de *mesnet çökmesi terimleri* denir.

Katsayılar matrisinin elemanları (δ_{ij}) ; virtüel iş teoreminden elde edilen;

Düzlem sistemlerde; $\delta_{ij} = \int M_i M_j \dfrac{ds}{EI} + \int N_i N_j \dfrac{ds}{EF} + \int T_i T_j \dfrac{ds}{GF'}$

Kafes sistemlerde; $\delta_{ij} = \sum S_i S_j . \dfrac{s}{EF}$

formülleri ile bulunur. Burada; E elastisite modülünü, G kayma modülünü, I atalet momentini, F alanı, F' kayma alanını, S çubuk kuvvetini, s çubuk uzunluğunu; EF, GF', EI ise sırasıyla uzama, kayma ve eğilme rijitliklerini göstermektedir.

Yükleme terimleri (δ_{i0}); virtüel iş teoreminden elde edilen;

Düzlem sistemlerde; $\delta_{i0} = \int M_i\, M_0 \dfrac{ds}{EI} + \int N_i N_0 \dfrac{ds}{EF} + \int T_i T_0 \dfrac{ds}{GF'}$

Kafes sistemlerde; $\delta_{i0} = \sum S_i S_0 \cdot \dfrac{s}{EF}$

formülleri ile bulunur.

Sıcaklık değişimi terimleri (δ_{it}); virtüel iş teoreminden elde edilen;

Düzlem sistemlerde; $\delta_{it} = \int M_i \dfrac{\varepsilon.\Delta t}{d} ds + \int N_i.\varepsilon.t.ds$

Kafes sistemlerde; $\delta_{it} = \sum S_i \varepsilon.t.s$

formülleri ile bulunur.

Mesnet çökmesi terimleri $(\delta_{iw}$ ve $\delta_i)$; başlangıçta verilmiş olan mesnet çökmeleri değerlerine bağlı olarak elde edilebilirler. Ancak, açık süreklilik denklemlerinin virtüel iş teoremine göre başka bir şekilde elde edilmesi yararlı olacaktır. Virtüel iş teoremine göre dış kuvvetlerin yaptığı iş iç kuvvetlerin yaptığı işe eşittir. Buradan hareketle;

Düzlem sistemlerde; $\int M_k \dfrac{M}{EI} ds + \int N_k \dfrac{N}{EF} ds + \int T_k \dfrac{T}{GF'} ds + \int M_k \dfrac{\varepsilon.\Delta t}{d} ds + \int N_k.\varepsilon.t.ds = J_k$

Kafes sistemlerde; $\sum S_k \cdot \dfrac{S}{EF} s + \sum S_k \varepsilon.t.s = J_k$

denklemleri elde edilir. k'ya 1'den n'ye kadar değer verilerek elde edilen n tane denkleme *Kapalı Süreklilik Denklemleri* denir. Bu denklemde yukarıda verilen ve virtüel iş teoreminden yararlanılarak elde edilen katsayılar matrisinin elemanları (δ_{ij}), yükleme terimleri (δ_{i0}), sıcaklık değişimi terimleri (δ_{it}) dikkate alınırsa açık süreklilik denklemleri;

$$\left.\begin{array}{ccccccccccccc}
\delta_{11}X_1 & + & \delta_{12}X_2 & + & \cdots & + & \delta_{1n}X_n & + & \delta_{10} & + & \delta_{1t} & = & J_1 \\
\delta_{21}X_1 & + & \delta_{22}X_2 & + & \cdots & + & \delta_{2n}X_n & + & \delta_{20} & + & \delta_{2t} & = & J_2 \\
\vdots & + & \vdots & + & \vdots & + & \vdots & + & \vdots & + & \vdots & = & \vdots \\
\delta_{n1}X_1 & + & \delta_{n2}X_2 & + & \cdots & + & \delta_{nn}X_n & + & \delta_{n0} & + & \delta_{nt} & = & J_n
\end{array}\right\} \text{Açık Süreklilik Denklemleri}$$

şeklinde elde edilir. Bu denklemdeki tek değişiklik, $\delta_1 - \delta_{1w}, \delta_2 - \delta_{2w}, \cdots, \delta_n - \delta_{nw}$ terimlerinin yerine sırasıyla $J_1, J_2, \cdots, J_n$ mesnet çökmesi terimlerinin gelmiş olmasıdır. Bu terimlerin elde edilmesi, eşitlikleri olan öncekilerinin elde edilmesinden daha kolaydır.

J_k; izostatik esas sistemde $X_k = 1$ yüklemesinden meydana gelen dış kuvvetlerin, hiperstatik sistemin mesnet çökmelerinde yaptıkları işlerin toplamıdır. $X_k = 1$ yüklemesi yerine sırasıyla $X_1 = 1, X_2 = 1, \cdots, X_n = 1$ yüklemeleri alınarak $J_1, J_2, \cdots, J_n$ mesnet çökmesi terimleri kolayca elde edilebilir.

_e) $X_1, X_2, \ldots, X_n$ hiperstatik bilinmeyenlerin hesabı:_

$X_1, X_2, \cdots, X_n$ hiperstatik bilinmeyenleri, bir lineer denklem takımı oluşturan açık süreklilik denklemlerinin, herhangi bir denklem çözüm yöntemi kullanılarak elde edilir.

f) Kesit tesirlerinin elde edilmesi:

Hiperstatik sistemin kesit tesirleri $X_1, X_2, \cdots, X_n$ hiperstatik bilinmeyenlerin bulunan değerleri denge denklemlerinde yerlerine konularak veya izostatik esas sisteme dış yükler ve $X_1, X_2, \cdots, X_n$ hiperstatik bilinmeyenlerin bulunan değerleri birlikte uygulanarak elde edilir.

g) Kontrol:

Elde edilen kesit tesirleri, kapalı süreklilik denklemlerinde yerlerine konur ve bu denklemlerin sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilir.

$$\left[\frac{I_c}{I}\right]\int M_i.M.ds + EI_c\,\delta_{it} = EI_c J_i$$

h) Yer değiştirmelerin elde edilmesi:

Hiperstatik sistemin istenen kesitlerindeki yer değiştirmeleri, kesit tesirleri elde edilmiş olduğundan, bilinen yer değiştirme yöntemlerinden biri yardımıyla elde edilebilir.

Hiperstatik sistemlerin hesabını basitleştirmek için, bazen süreklilik denklemlerinin her iki tarafı EI_c sabiti ile çarpılır. Burada I_c, kesitlerden birinin atalet momenti olarak seçilebilir. Bu durumda δ'lar yerine $EI_c\delta$'ların hesap edilmesi gerekmektedir. Bunların değerleri düzlem sistemlerde;

$$EI_c\delta_{ij} = \int M_i\,M_j\,\frac{I_c}{I}\,ds + \int N_i N_j\,\frac{I_c}{F}\,ds + \int T_i T_j\,\frac{EI_c}{GF'}\,ds$$

$$EI_c\delta_{i0} = \int M_i\,M_0\,\frac{I_c}{I}\,ds + \int N_i N_0\,\frac{I_c}{F}\,ds + \int T_i T_0\,\frac{EI_c}{GF'}\,ds$$

$$EI_c\delta_{it} = \int M_i \,.\frac{\varepsilon.\Delta t}{d}.EI_c.ds + \int N_i.\varepsilon.t.EI_c.ds$$

$$EI_c\delta_i = EI_cJ_i$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Kafes sistemlerde ise, süreklilik denklemlerinin her iki tarafı bir EF_c sabiti ile çarpılır.

Hiperstatik sistemlerin Kuvvet Yöntemi ile çözümünde izlenen yol aşağıda özetlenmiştir:

1. İzostatik esas sistem seçilir ve hiperstatik bilinmeyenler belirlenir.
2. X=0 yüklemesi yapılarak, yani izostatik esas sistem üzerine sabit yükler uygulanarak; M_0, N_0, T_0 kesit tesirleri elde edilir.
3. $X_1=1$, $X_2=1$, …, $X_n=1$ birim yüklemeleri ayrı ayrı yapılarak ayrı ayrı (M_1, N_1, T_1); (M_2, N_2, T_2); …; (M_n, N_n, T_n) kesit tesirleri elde edilir.
4. Açık süreklilik denklemlerinin katsayıları olan δ_{ij}'ler hesaplanır. $\delta_{ij}=\delta_{ji}$ olduğundan sadece simetri eksenindeki ve simetri ekseninin üstündeki veya altındaki katsayıları hesaplamak yeterlidir.
5. Sabit yüklerden, sıcaklık değişmelerinden ve mesnet çökmelerinden meydana gelen δ_{i0}, δ_{it} ve J_i terimleri hesaplanır.
6. Açık süreklilik denklemleri elde edilip çözülerek X_i hiperstatik bilinmeyenler bulunur.

$$\left.\begin{array}{ccccccccccccc}
\delta_{11}X_1 & + & \delta_{12}X_2 & + & \cdots & + & \delta_{1n}X_n & + & \delta_{10} & + & \delta_{1t} & = & J_1 \\
\delta_{21}X_1 & + & \delta_{22}X_2 & + & \cdots & + & \delta_{2n}X_n & + & \delta_{20} & + & \delta_{2t} & = & J_2 \\
\vdots & + & \vdots & + & \vdots & + & \vdots & + & \vdots & + & \vdots & = & \vdots \\
\delta_{n1}X_1 & + & \delta_{n2}X_2 & + & \cdots & + & \delta_{nn}X_n & + & \delta_{n0} & + & \delta_{nt} & = & J_n
\end{array}\right\} \text{Açık süreklilik denklemleri}$$

7. Denge denklemleri yardımıyla herhangi bir noktadaki kesit tesirleri hesaplanır.

$$\left.\begin{array}{ccccccccccc}
M & = & M_0 & + & M_1X_1 & + & M_2X_2 & + & \cdots & + & M_nX_n \\
T & = & T_0 & + & T_1X_1 & + & T_2X_2 & + & \cdots & + & T_nX_n \\
N & = & N_0 & + & N_1X_1 & + & N_2X_2 & + & \cdots & + & N_nX_n
\end{array}\right\} \text{Denge denklemleri}$$

8. Kapalı süreklilik denklemleri yardımıyla kontrol yapılır.

$$\left[\frac{I_c}{I}\right]\int M_i.M.ds + EI_c\,\delta_{it} = EI_cJ_i$$